DYNAMICKÁ LOGIKA STRIKTNÝCH PROCESOV

JURAJ PODROUŽEK, Filozofický ústav SAV, Bratislava

PODROUŽEK, J.: Dynamic Logic of Strict Processes
FILOZOFIA 64, 2009, No 4, p. 346

The aim of the paper is to sketch some solutions that arose along the work on *Logic of Strict Processes* (LSP). Three main topics are discussed: (a) negation based on implication constructed in intuitionistic fashion; (b) satisfiability in multimodal contexts and (c) a proposal of a first order semantics for Dynamic Logic of Strict Processes (DLSP). System of DLSP differs from original LSP in using the set of contexts, which are treated as ordered sets of formulas. The interpretation of a context is a transition system, which is constructed solely of simple processes. After the set of non-allowed processes is constructed, negation of molecular formula can be understood as a set o processes that, when combined with processes associated with a non-negated formula, produce non-allowed processes. Satisfiablity in a transition system is defined by a special modal operator [φ]φ which is true only when the relation of metaimplication between φ and φ holds. In conclusion the author briefly reviews first order system based on DLSP and points to several open problems waiting for further investigation.

Keywords: Processes – Context – Metaimplication – Negation – Multimodal logic

1. Ideové pozadie. Systém s pracovným názvom *logika striktných procesov* (LSP)[1] bol pôvodne navrhnutý ako nástroj určený na analýzu takých javov, akými sú vzťah obsahovej súvislosti medzi antecedentom a konzekventom v implikačných výrokoch alebo anaforická väzba medzi zámenami a obmedzenými kvantifikátormi. S ohľadom na stanovený cieľ bolo potrebné zaviesť niekoľko základných predpokladov. Medzi prirodzené požiadavky, ktoré sme[2] na náš systém kládli, bola potreba zachytiť dostatočne jemnú štruktúru sémantických objektov s ohľadom na princíp kompozicionality.[3]

Naše bádanie nás postupne priviedlo na pole multimodálnych logík a dynamického usudzovania, z ktorých sme pri koncipovaní systému LSP vychádzali. Dynamické a procesné logické systémy nám slúžili ako inšpirácia pri formulovaní myšlienky, že sémantickou hodnotou formúl sú programy, resp. množina programov. Programy sme však nechápali ako relácie dosiahnuteľnosti medzi možnými svetmi, ale ako štruktúrované procesy, ktoré neobsahujú žiadne možné svety, ale ďalšie procesy. V tomto zmysle je naša teórie nielen atomická, ale aj prísne monistická. Základom nášho univerza nie sú totiž jedine jednoduché atomické procesy, ktoré sa spájajú do zložitejších štruktúr. Dá sa však ukázať, že takýto model možno spätne preložiť do klasických multimodálnych systémov.[4]

---

[1] Návrh systému je rozpracovaný in: [6].

[2] Keďže projekt LSP má dvoch otcov, konkrétne I. Sedlára a mňa, budem v prípadoch, keď hovorím o základných a všeobecných črtách systému, používať plurál.

[3] V tomto článku sa nebudem zaoberať opodstatnenosťou princípu kompozicionality. Viac napr. in: [4].

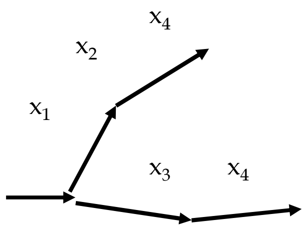
[4] Možná je napríklad konverzia v rámci systému Computation Paths Logic, ako bol predsta-

Pri formulovaní tézy o tvrdeniach ako aktualizáciách diskurzu, resp. kontextu sme sa nechali inšpirovať ideami teórie reprezentácie diskurzu (Discourse Representation Theory – DRT) či inými modernými trendmi v teórii usudzovania a poznania. Jedným dychom však treba dodať, že LSP vo svojich rozličných obmenách predstavuje originálny prístup v rámci výskumu tzv. logík programov a odráža vývoj na tomto poli v posledných rokoch.[5]

2. Architektúra DLSP. V článku sa nebudem detailne zaoberať celým mechanizmom kontextuálnej LSP v súvislosti s kontextmi, keďže táto téma je dostatočne rozpracovaná v iných našich textoch [6]. Aby si čitateľ utvoril aspoň základný obraz, zopakujem však aj na tomto mieste, že dynamická logika striktných procesov (DLSP) vychádza zo systému LSP. Tak ako LSP aj v nej pracujeme s modelmi, ktoré predstavujú funkcie z množiny formúl jazyka do množiny množín usporiadaných n-tíc. Túto množinu však môžeme chápať aj ako dobre usporiadanú množinu interpretovaných kontextov.[6] Interpretovaným kontextom sa rozumie tzv. prechodový systém (Transition system – TS), ktorý môžeme vyjadriť ako množinu programov. Každý interpretovaný kontext je prvkom množiny TRANS, ktorá sa používa pri definovaní interpretačnej funkcie I_M v LSP. Pod programom budeme rozumieť usporiadanú n-ticu krokov, niekedy nazývaných aj atomické procesy (AP). Spomínaná funkcia I_M potom priraďuje jednotlivým formulám prvky z množiny TRANS, teda z množiny programov. Na nasledujúcom obrázku je znázornený jednoduchý interpretovaný kontext:

$AP = \{x_1, x_2, x_3, x_4\}$

$I_M(p) = \{\{x_1\}\}$
$I_M(q \vee r) = \{\{x_2\}, \{x_3\}\}$
$I_M(s) = \{x_4\}$



$K_1 = \{A_1 = \langle x_1, x_2, x_4 \rangle, A_2 = \langle x_1, x_3, x_4 \rangle\}$

Kontext vytvorený postupnosťou formúl ⟨p, q alebo r, s⟩ vytvára prechodový systém s označením K_1.

vený v [5]. Túto konverziu sme predstavili na XII. Československej konferencii o analytickej filozofii (2008).

[5] Okrem klasickej práce Gärdenforsa [3] spomeniem napr. J. Benthema [1] a J. Eijcka [2]; na Slovensku je to predovšetkým J. Šefránek [8].

[6] Ide o teóriu tzv. teleskopických kontextov, ktorej sa hodláme venovať v niektorom z nasledujúcich článkov.

3. Metaimplikácia, implikácia a negácia. V rámci LSP sme zaviedli reláciu metaimplikácie, ktorá sa asi najviac blíži pôvodným intuíciám týkajúcich sa previazanosti obsahu antecedenta a konzekventa:

$\varphi \gg_M \psi$ vtt. $\forall\langle\varphi\rangle_i \exists\langle\psi\rangle_j: \langle\psi\rangle_j \sqsubset \langle\varphi\rangle_i$

Takáto relácia platí medzi formulami vtedy a len vtedy, ak pre všetky programy v modeli M asociované s formulou φ platí, že ich súčasťou je aj nejaký program asociovaný s formulou ψ. Symbolom „$\sqsubset$" označujeme reláciu „byť podčasťou programu". V DLSP sú kontexty chápané ako nekomutatívne konjunkcie formúl. Označme kontext utvorený konjunkciou formúl $\psi_1 \wedge \ldots \wedge \psi_n$ symbolom Γ. Potom vo všeobecnosti platí:

$\Gamma \gg_{MD} \varphi$ vtt. $(\psi_1 \wedge \ldots \wedge \psi_n) \gg \varphi$ vtt. $\forall\langle\Gamma\rangle_i \exists\langle\varphi_j\rangle: \langle\varphi_j\rangle \sqsubset \langle\Gamma\rangle_i$

Nevýhodou metaimplikácie je to, že sa nachádza mimo objektového jazyka LSP, a preto ju nemožno využiť pri definovaní základných spojok, prípadne pri porovnávaní LSP s inými známejšími logickými kalkulmi.

LSP používa dva druhy objektovej implikácie, avšak dá sa ukázať, že ani jeden z nich nezachytáva spomínané intuície. Navyše, v pôvodnom návrhu LSP chýbala ucelená definícia negácie, ktorá sa v podobných systémoch definuje práve pomocou implikácie. Z týchto dôvodov som sa rozhodol definovať v DLSP ďalšiu implikačnú spojku, ktorá sa intuitívne odvoláva na definíciu implikácie, ako ju poznáme napríklad z rôznych modelov intuicionistickej a konštruktivistickej logiky:[7]

$I_M(A \rightarrowtail B) = \{X \mid X^\circ I_M(A) \gg B \text{ alebo } I_M(A)^\circ X \gg B\}$

Hodnotou takto definovanej implikácie budú programy, ktoré v spojení s antecedentom budú obsahovať ako svoju súčasť nejaký program asociovaný s konzekventom.[8]

Avšak na to, aby sme mohli definovať negáciu, musíme si najskôr ujasniť pojem sporu. V našom systéme asociujeme s každým modelom množinu tzv. sporných n-tíc alebo sporných programov. O n-tici $A_i = \langle x_1,\ldots,x_n\rangle$, hovoríme, že je sporná, resp. že vedie do slepej uličky ($A_i \in \perp$):

a) $A_i = \langle x1,\ldots,xi,xj,\ldots,xn\rangle$ a $\exists\varphi: \langle x1,\ldots,xi\rangle \in I_M\varphi$ a $\langle xj,\ldots,xn\rangle \in I_M\neg\varphi$;
b) $A_i = \langle x1,\ldots,xi,y1,\ldots ym,xj,\ldots,xn\rangle$: a $\exists A_j$: $A_j = \langle x1,\ldots,xi,xj,\ldots,xn\rangle \in \perp$;
c) Ak $\exists A_j \in \perp$ a $A_j \sqsubset A_i$.

Pre každý model je hodnota funkcie I_M s ohľadom na literály, teda atomické formuly a ich negácie, určená arbitrárne. Na druhej strane, pre molekulárne výroky v rámci DLSP platí:

$I_M(\neg\varphi) = I_M(A \rightarrowtail \perp)$.

---

[7] Napr. z Brouwer-Heyting-Kolmogorovho modelu. Definícia takejto implikácie sa opiera o pojem konštrukcie dôkazu, ktorý tu nebudem hlbšie rozoberať. Zjednodušene možno povedať, že konštrukcia dôkazu intuicionistickej implikácie pozostáva z konštrukcie, ktorá transformuje dôkazy antecedenta na dôkazy konzekventa. Na hlbšie pochopenie problematiky odporúčam napr. [9].

[8] Konkrétne ide o aplikáciu operátora zreťazenia (concatenation), čiže o interpretáciu konjunkcie antecedenta a formuly, ktorej interpretáciou sú programy X.

To znamená, že interpretáciou negovaných výrokov budú programy, ktoré by po spojení s programami pôvodnej nenegovanej formuly viedli do slepej uličky, čiže vytvorili by spornú n-ticu.

4. Splniteľnosť v kontexte, teória prvého rádu. Pri definícii spĺňania v TS asociovaných s daným kontextom môžeme vyjsť z definície negácie a pokúsiť sa najskôr definovať spĺňanie pre negované formuly. Na výber máme z dvoch možností:

1. $K \vDash_1 \neg\psi : \Gamma_K \gg \neg\psi$;
2. $K \vDash_2 \neg\psi$: pre $K_i = K^\circ I_M(\psi)$ platí $\Gamma_{Ki} \gg \bot$.

To znamená, že v danom kontexte je formula $\neg\psi$ pravdivá v prípade, že je metaimplikovaná konjunkciou tvoriacou kontext K alebo ak pre každé rozšírenie kontextu K o formulu ψ platí, že takto utvorený kontext vedie do slepej uličky (všetky postupnosti sú sporné).

Dá sa však ukázať, že reláciu $\vDash 2$ je možné definovať pomocou relácie $\vDash 1$. Na to však potrebujeme zaviesť špeciálny modálny operátor [φ]9 pre ktorý platí:

$K \vDash_1 [\varphi]\psi$ vtt. $(\Gamma_K \wedge \varphi) \gg \psi$ vtt. $\forall \langle \Gamma_K \wedge \varphi \rangle_i \, \exists \langle \psi \rangle_j : \langle \psi \rangle_j \sqsubset \langle \Gamma_K \wedge \varphi \rangle_i$.

Každé TS asociované s kontextom K rozšírené o program z $I_M(\varphi)$ v sebe tak obsahuje nejaké programy asociované s formulou ψ. Reláciu $K \vDash_2 \neg\psi$ následne môžeme definovať ako $K \vDash_1 [\psi]\bot$. Dokázali sme tým definovať ekvivalent relácie metaimplikácie v objektovom jazyku DLSP. Pre túto reláciu platí obdoba vety o dedukcii:

$K \vDash_1 [\varphi]\psi$ vtt $K^\circ I_M(\varphi) \vDash_1 \psi$.

Zaujímavé by bolo určiť pravdivostné podmienky pre formuly s operátorom možnosti. V prípade, že by sme tento operátor chápali ako duálny s ohľadom na [φ], platilo by:

$K \vDash_1 \langle \varphi \rangle \psi$ vtt $\exists \langle \Gamma_K \wedge \varphi \rangle_i \, \exists \langle \psi \rangle_j : \langle \psi \rangle_j \sqsubset \langle \Gamma_K \wedge \varphi \rangle_i$.

Otvoreným problémom však zostáva vzájomný vzťah medzi možnosťou a nevyhnutnosťou, ich intuitívne zdôvodnenie a vzťah takejto definície k definícii metaimplikácie, keďže náš zápis namiesto aplikácie všeobecného kvantifikátora viaže premennú x s existenčným kvantifikátorom.

Výskum v oblasti DLSP pre jazyk prvého rádu je zatiaľ iba na začiatku. Zatiaľ je stanovená predbežná definícia funkcie I_M pre konštanty a jednomiestne predikáty:

1) IM(a) = {x} x∈AP;
2) IM(P) ∈ TRANS.

[9] Podobný postup využíva aj systém PAL, o ktorého existencii som sa dozvedel až po navrhnutí vlastného riešenia. Všetky predchádzajúce logiky procesov sa museli vyrovnávať s dištinkciou medzi programami a formulami ohodnocovanými pomocou množín možných svetov. V DLSP máme v univerze iba programy. Stačí teda uzavrieť formulu modálnym operátorom, aby sa naznačilo, že ide o tvrdenie, a nie o test existencie programu v kontexte. Voilà, tu je naše chýbajúce neutríno!

Samozrejme, treba k nim ešte dodať definície premenných, viacmiestnych predikátov a kvantifikátorov. Predpokladáme, že pre platnosť formúl v danom kontexte by malo platiť:

1) K⊨Pa vtt. K⊨[P]a;
2) K⊨a=b vtt. $I_M(a) = I_M(b)$;
3) K⊨∀xPx vtt. (∀a): K⊨[P]a.

Práve výskum DLSP prvého rádu patrí medzi naše súčasné priority. Až jeho plným rozvinutím a rozšírením o nové modálne operátory sa totiž naplno otvárajú možnosti analýzy prirodzeného jazyka.

LITERATÚRA

[1] BENTHEM, J.: „Tell It Like It Is“: Information Flow. In: *Logic. Journal of Peking University*, 2008, No. 1, p. 80 – 90.
[2] EIJCK, J.: Discourse Representation Theory. In: *Encyclopedia of Language and Linguistics*. Elsevier 2006, Vol. 3, p. 660 – 669.
[3] GÄRDENFORS, P.: Dynamics of Belief as a Basis for Logic. In: *British Journal for the Philosophy of Science*, 1984, 35, p. 1 – 10.
[4] GROENENDIJK, J. – STOKHOF, M.: Why Compositionality? In: *Reference and Quantification: The Partee Effect*. Stanford 2005, p. 83 – 106.
[5] HAREL, D. – SINGERMAN, E.: Computation paths logic: an expressive, yet elementary process logic. In: *Annals of Pure and Applied Logic*, 1999, Volume 96, No. 1, p. 167 – 186.
[6] PODROUŽEK, J. – SEDLÁR, I.: Náčrt Logiky striktných procesov (v tlači).
[7] SEDLÁR, I.: Implikácia a tri druhy obsahovej súvislosti. In: *Filozofia*, 64, 2009, č. 4.
[8] ŠEFRÁNEK, J.: Updates of Logic Programs. In: *Computing and Informatics*, 2007, Vol. 26, no. 3.
[9] TROELSTRA, A. S.: Principles of Intuitionism. Lecture Notes In: *Mathematics*. Berlin – Heidelberg: Springer-Verlag 1969.

Mgr. Juraj Podroužek
Filozofický ústav SAV
Klemensova 19
813 64 Bratislava 1
SR
e-mail: jurajpodrouzek@gmail.com