

ÚVAHA NAD KNIHOU MARIÁNA ZOUHARA
Základy logiky pre spoločenskovedné a humanitné odbory

PAVEL CMOREJ, Filozofický ústav SAV, Bratislava

Koncom minulého roku sa na našom knižnom trhu zjavila nová pôvodná kniha z logiky od známeho slovenského autora Mariána Zouhara.¹ Také publikácie sú u nás vzácnosťou, ktorú treba osobitne oceniť. Zouhar svoju prácu charakterizuje ako príručku, ktorej cieľom je priblížiť základy logiky „študentom a záujemcom o spoločenskovedné a humanitné odbory“ (s. 9). Myslím, že potenciálnu čitateľskú obec možno rozšíriť o všetkých záujemcov o náročnejší úvod do logiky. Hoci úplný začiatok môže mať spočiatku s primeraným pochopením niektorých častí tejto publikácie isté problémy, určite uvíta úvodné pasáže venované výkladu klasickej výrokovej a predikátovej logiky prvého rádu. Kniha má neuveriteľných 429 strán nadštandardného formátu a je vytlačená takým typom písma, aby sa do nej zmestilo čo najviac textu. Vzhľadom na tieto okolnosti možno konštatovať, že svojím rozsahom prekonáva aj tretie, asi najrozsiahlejšie vydanie Gahérovej *Logiky pre každého* (431 s.).

Zouharova monografia má prehľadnú, dobre premyslenú stavbu. Prvá kapitola má úvodný charakter. Je zameraná na vymedzenie predmetu logiky, intuitívny pojem vyplývania a niektoré druhy argumentov. Deväť zostávajúcich kapitol sa člení na tri časti, z ktorých každá má tri kapitoly. V prvých troch kapitolách sa Zouhar venuje výkladu klasickej výrokovej logiky, do ktorého zahrnul syntax a sémantiku jej jazyka, systém prirodzenej dedukcie pre túto logiku a komparáciu spojok tejto logiky s ich korelátmi v prirodzenom jazyku. Podobné obsahové členenie má aj druhá časť. Jej predmetom je klasická predikátová logika prvého rádu s identitou, jej jazyk, jeho sémantika, systém prirodzenej dedukcie pre túto logiku a komparácia jej jazyka s relevantným fragmentom prirodzeného jazyka.

V posledných troch kapitolách sa Zouhar zaoberá tromi neklasickými logikami: najprv modálnou logikou v užšom zmysle (aletickou), potom epistemickou a nakoniec deontickou logikou. Po úvode do každej z týchto logík, obsahujúcom intuitívne úvahy o jej operátoroch, sa sústreďuje na syntax a kripkeovskú sémantiku jej jazyka, založenú na pojme možného sveta a vzťahu dosiahnuteľnosti medzi svetmi, na pojem vyplývania v tejto logike a náčrt niektorého z jej axiomatických systémov (konkrétne modálneho systému S5, epistemického systému KS5, epistemického systému s operátorom „verí, že“ a systému deontickej logiky OS5, pričom sa zmieňuje aj o niekoľkých slabších systémoch neklasických logík). Vo všetkých troch prípadoch uvádza nielen axiómy a pravidlá axiomatického systému, ale aj dôkazy významnejších teorém. Veľa formálnych dôkazov nájde čitateľ aj vo výklade klasickej logiky.

Zouharova práca poskytuje ucelený populárny výklad klasickej logiky prvého rádu

¹ ZOUHAR, M.: *Základy logiky pre spoločenskovedné a humanitné odbory*. Bratislava: Veda 2008, 429 s.

a úvod do troch neklasických logík, veľmi zaujímavých z hľadiska aplikácií. Osobitný zreteľ kladie na možnosti uplatnenia klasickej logiky pri riešení konkrétnych logických problémov, najmä tých, ktoré sa vynárajú v odbornej i každodennej *argumentácii* (napríklad v právnej praxi, legislatíve, publicistike, politike a pod.). Myslím, že logickou analýzou argumentácie sa u nás tak podrobne ešte nezaoberal ani jeden autor. Potvrďuje to aj množstvo úvah o povahe a štruktúre argumentov a rozborov veľkého počtu konkrétnych príkladov. V tejto súvislosti treba oceniť aj Zouharov výkon vo sfére logickej analýzy relevantných kontextov prirodzeného jazyka (či už jednoduchých výrazov, alebo výrokov, prípadne argumentov formulovaných v tomto jazyku) a jeho snahu sprístupniť nezasvätenému čitateľovi používanie formálneho jazyka logiky s detailmi, ktoré by márne hľadal v inej u nás dostupnej literatúre. Jeho výklad je jasný a zrozumiteľný, hoci sa v ňom nájdu aj menej presvetlené miesta, ktorým sa pri popularizácii abstraktnejšej a náročnejšej disciplíny nemožno vždy vyhnúť, pretože autor populárno-vedeckej príručky musí občas zjednodušovať, niektoré podrobnosti vynechávať a zložitejšie úvahy skracovať. V práci takéhoto rozsahu a zamerania sa sotva možno vyvarovať menších chýb, preklepov a rôznych formulačných prehreškov. Ich zoznam pripravil sám autor. Ja sa sústredím na niekoľko meritórnejších problémov, ktoré sú zaujímavejšie a pre prípadné ďalšie vydania Zouharových *Základov logiky* aj naliehavejšie. Predpokladám, že mnohé z nich – možno väčšina – sú vedľajším výsledkom úsilia o zjednodušenie výkladu.

Začnem skôr príspevkom a výzvou do diskusie než výhradou k Zouharovmu textu. Existujú argumenty, ktoré sú intuitívne nespochybniteľné, ale nie sú *logicky* platné, pretože ich platnosť nie je podmienená významom logických (či len logických) konštánt, ale aj významom nejakých mimologických výrazov (a neexistuje platná logická schéma argumentu, z ktorej by sme ich mohli získať dosadením). Taký je napríklad triviálny argument, v ktorom sa z premís 1. *Fico je mladší ako Dzurinda* a 2. *Dzurinda je mladší ako Mečiar* odvodzuje záver, že *Fico je mladší ako Mečiar*. Logickú platnosť tohto argumentu možno obhájiť odkazom na to, že je v ňom zamlčaná premisa o tranzitívnosti vzťahu *byť mladší*, s ktorou musí súhlasiť každý používateľ jazyka, ktorý rozumie výrazu „byť mladší“. Keď túto premisu vyjadríme explicitne, získame logicky platný argument. Podobne postupuje aj Zouhar na s. 29 – 31. Je to nepochybne jedna z možností, ako korektne obhájiť platnosť podobných argumentov a ukázať, ako si s nimi poradí logika. Táto možnosť nám však zakrýva rozdiel medzi logickým a mimologickým vyplývaním, ktoré závisí aj od významu mimologických konštánt. Aby bežný používateľ slovenského jazyka mohol konštatovať, že uvedený argument je korektný, nepotrebuje nijakú premisu navyše. Pre neho to nie je argument s chýbajúcou premisou, pretože tranzitívnosť vzťahu *byť mladší* je zahrnutá do významu slova, ktoré ho označuje. Nezanedbateľná je aj skutočnosť, že veta o tranzitívnosti tohto vzťahu je analyticky pravdivá. Ani v prípade argumentov s premisami tvaru $p \rightarrow q$, $q \rightarrow r$ a záverom $p \rightarrow r$ nepovieme, že je v nich zamlčaná premisa o tranzitívnosti implikácie, pretože tá je daná významom materiálnej implikácie. Myslím, že vo výučbe logiky a pri jej aplikáciách na bežnú argumentáciu (napr. v právnej praxi) by bolo výhodné rozlišovať logické vyplývanie od mimologického a logicky platné argumenty od platných mimologicky. V prípade potreby môžeme potom ukázať, ako sa mimologicky platné argumenty dajú rozšíriť na logicky platné. Obráťme teraz našu pozornosť na niektoré detaily Zouharovej príručky.

Na viacerých stranách Zouhar píše o premenných ako o zmysluprázdnych výrazoch

(s. 26, 46, 53, 56 a inde), na s. 26 ich ako zmysluprázdne výrazy vlastne aj charakterizuje. Je síce pravda, že nemajú ten druh významu ako napríklad vlastné mená, deskripcie alebo výroky, ale to neznamená, že sú symbolmi bez akéhokoľvek významu. Majú predsa obor premennosti a fungujú do istej miery podobne ako osobné zámená „on“ či „ona“ (na čo upozornil už Quine). Premenná bez oboru premennosti ešte nie je premennou v sémantickom zmysle slova. Čitateľ si skôr či neskôr položí otázku, či zmysluprázdne alebo aspoň čiastočne zmysluprázdne nie sú aj zložené výrazy obsahujúce premenné. Odkiaľ sa potom berie zmysluplnosť kvantifikovaných výrokov? Alebo zmysluprázdne sú len voľné premenné, ktoré sa po kvantifikácii zmenia na zmysluplné výrazy? Dôsledkom zvoleného chápania premenných je konštatácia na s. 31, že jazyk výrokovej logiky obsahuje „ako zmysluplné výrazy iba výrokové spojky a okrem nich žiadny iný zmysluplný výraz“. To znamená, že všetky formuly vrátane logických zákonov sú bez zmyslu. Čo nás potom oprávňuje hovoriť o pravdivosti formúl, o ktorej sa Zouhar tak často zmieňuje neskôr? Na s. 46 konštatuje, že možno skonštruovať formálny jazyk, „ktorý bude ako jediné zmysluplné výrazy obsahovať príslušné logické konštanty a vhodné druhy premenných“. Teda zložené formuly nie sú ani v tomto prípade zmysluplné výrazy. Navyše nie je jasné, čím sa „vhodné druhy premenných“ líšia od zmysluprázdnych.

Zdá sa, že za výrokové premenné možno podľa Zouhara dosadzovať iba jednoduché výroky (s. 47 alebo v inom kontexte na s. 58). Toto obmedzenie nie je najšťastnejšie. Azda zákony negovania sporu, vylúčenia tretieho atď. ad infinitum platia iba pre jednoduché výroky? Prejavilo sa to aj na s. 53, kde píše, že význam negácie sa dá stotožniť s funkciou, ktorá pravdivostným hodnotám priradzuje pravdivostné hodnoty, čo možno vyjadriť ako „množinu usporiadaných dvojíc $\{<1, 0>, <0, 1>\}$, kde prvý člen každej dvojice predstavuje hodnotu atomárnej formuly...“. Prečo len atomárnej? Ak Φ je zložená formula, tak hodnota jej negácie je určená hodnotou Φ . Na tej istej strane premenné už nie sú zmysluprázdne, ale neplnovýznamové, čo je snáď menej zavádzajúce, ale podľa môjho názoru tiež diskutabilné.

V práci sa veľmi často hovorí o pravdivosti formúl bez relativizácie vzhľadom na ohodnotenia ich premenných, a to dokonca aj v prípade formúl, ktoré nie sú tautológie. Chápem dôvody, ktoré Zouhara k tomu viedli, ale u nejedného čitateľa to môže vyvolať dojem, že formuly sú pravdivé samy osebe. Postupuje tak dokonca aj v definíciách jednotlivých spojok (s. 53 – 59), kde musí predpokladať, že hodnota príslušných argumentov je už daná (ale čím, ak nie ohodnotením?). Myslím, že na závislosť pravdivostnej hodnoty formuly od ohodnotenia treba dôrazne upozorniť už pri prvej zmienke o pravdivosti formúl. Ohodnotenia zavádza Zouhar až v ďalšej podkapitole. Vo výklade modálnej logiky na s. 331 – 332 však už píše, že „pravdivostnú hodnotu formuly musíme relativizovať vzhľadom na niektoré faktory“ a jedným z nich je „ohodnotenie výrokových premenných“. To isté platí aj o formulách klasickej výrokovej logiky.

Na označenie metajazykovej relácie vyplývania zaviedol ten istý znak „ \vdash “ ako na označenie syntaktickej relácie odvoditeľnosti (indexmi však odlišil pojmy odvoditeľnosti a vyplývania v rôznych logických systémoch). Toto zjednodušenie nepokladám za účelné jednak preto, že symbol „ \vdash “ sa zvyčajne používa ako znak odvoditeľnosti, jednak, a najmä preto, že sa tým zbytočne zahmlil významný rozdiel medzi sémantickým pojmom vyplývania a syntaktickým pojmom odvoditeľnosti. Pritom Zouhar vo svojom výklade obidva pojmy jasne rozlišuje, výklad syntaktickej problematiky zvyčajne oddeľuje od

výkladu sémantiky, takže čitateľa, ktorý porozumie jeho textu, by zavedenie znaku „ \models “ pre vyplývanie vôbec nezaťažilo. Zouhar síce zaviedol znak „ \models “ (s. 82), ale iba na označenie vlastnosti byť tautológiou (lenže „ $\models \Phi$ “ sa bežne interpretuje aj ako tvrdenie o vyplývaní Φ z prázdnej množiny predpokladov).

Charakteristika sémantických pravidiel na s. 32 je úzka. Podľa Zouhara sú to jazykové konvencie, ktoré „spočívajú v tom, že každému jednoduchému výrazu jazyka priradujú určitý význam“. Takými pravidlami ešte nie sú určené významy zložených výrazov, čo Zouhar určite vie.

Sotva možno povedať, že formačné pravidlá zachytávajú *celé* „fungovanie“ spojok. Oveľa dôležitejšie v tomto smere sú transformačné pravidlá (s. 48) a nezanedbateľnú rolu zohrávajú aj sémantické pravidlá.

Nemyslím si, že „priradiť význam formule výrokovej logiky – znamená priradiť jej pravdivostnú hodnotu“ (s. 64). Hodnota formuly nie je predsa jej význam. Sú azda neutrálne formuly dvojznačné, a číselné premenné nekonečne mnohoznačné? Nie je pravda, že „pravdivostná hodnota je tým, čím výroky prispievajú do sémantického obsahu zložitejších výrazov“ (s. 308). Mení sa azda obsah výroku „Prší a fúka vietor“ v závislosti od toho, či práve prší, alebo neprší?

K charakteristike teorém ako odvodených formúl uvedenej na s. 142 poznamenávam, že za teorémy sa zvyčajne pokladajú aj axiómy. Podmienka, ktorú Zouhar kladie na axiómy vhodné pre deduktívny systém (s. 132), je príliš prísna. Existujú systémy, ktorých axiómy nezaručujú ani konzistentnosť a mnohé sú nerozhodnuteľné alebo neúplné.

V intuitívnom úvode do predikátovej logiky, najmä v časti 6.3, mi chýbalo upozornenie čitateľa na to, že ohodnotenie môže rôznym premenným priradovať ten istý objekt a že ak sa pri kvantifikátoroch vyskytujú rôzne premenné, ako napr. v $(\forall x \exists y)$, tak to neznamena, že individuum x nemôže byť totožné s y . Na druhej strane do úvodného výkladu predikátovej logiky prvého rádu by som nezavádzal individuuové premenné s rôznymi obormi premennosti (s. 273, 293). Vhodnejšie by bolo ukázať, ako sa v prípade potreby tomu vyhnúť zavedením predikátov označujúcich tieto obory.

Nepochopil som, prečo Zouhar na s. 228 charakterizuje kvantifikátory ako *výrokové* výrazy. Ved' ďalej sám píše, že výrokový výraz je výrok alebo výroková forma. Na s. 250 – 251 používa reťazce nerovností typu $x_1 \neq x_2 \neq \dots \neq x_n$, ktoré majú vyjadriť vzájomnú rôznosť všetkých argumentov nerovností. Treba podotknúť, že tento reťazec nerovností sám osebe odlišnosť ľubovoľného x_i od ostatných x_k ešte nezaručuje, pretože nerovnosť nie je tranzitívna ($V. I. Lenin \neq J. V. Stalin \neq V. I. Uljanov$).

Výklad sémantiky aletických modalít začína intuitívnou úvahou o pojme možného sveta (s. 327). Ako väčšina modálnych logikov a filozofov aj Zouhar zastáva názor, že náš svet „je fakticky jedným z možných svetov“ modálnej logiky. Prikláňam sa k názoru, že „naš svet“ modálnej logiky je číry abstraktný konštrukt, náš výtvor, ktorý s realitou, či skôr s istým jej výsekom, síce korešponduje, ale svojou povahou i náplňou sa od nej diametrálne líši. Skutočný svet modálnej či intenzionálnej logiky nie je to isté čo realita, v ktorej žijeme a ktorej nepatrnú časť predstavujeme. Ale to je len námet na ďalšiu diskusiu, ktorú by sme pri domýšľaní formálnej sémantiky modálnej logiky nemali obchádzať.

Pri objasňovaní pojmu možného sveta Zouhar tvrdí, že z vety „Každá veľryba je cicavec“ (K) vyplýva výrok „Je možné, že každá veľryba je cicavec“ (M), ale „naopak to určite neplatí“ (s. 319). Určitosť opaku závisí tu od toho, či do pojmu veľryby je zahrnutý

pojmom cicavca. Ak áno, tak veta K je analyticky pravdivá, takže nemôže nastať situácia, v ktorej by bol výrok M pravdivý a výrok K nepravdivý. Poukazujem na to hlavne preto, že pri konštruovaní možných svetov a logického priestoru, ktorý utvárajú, by sme mali rešpektovať špecifické zvláštnosti mimologických pojmov. Ak uznáme za možné aj svety, v ktorých niektoré veľryby nie sú cicavce (a analyticky platí K), tak sotva budeme môcť povedať, že sme do nášho pojmového aparátu začlenili pojem *veľryby*. Ale o ten tu predsa ide.

Zouhar veľmi dobre vie, že výrokové spojky a kvantifikátory sú jazykové výrazy, takže nechápem, prečo na s. 357 píše, že „výrokové spojky aj... kvantifikátory sú v tomto zmysle pravdivostnými funkciami“. V akom zmysle môžu výrazy splynúť s objektmi, ktoré označujú?

V rámci výkladu epistemickej logiky Zouhar prezentuje na s. 358 zaujímavý epistemologický problém: Je poznatok, že Mount Everest je najvyšší vrch na svete (E), totožný s poznatkom, že Ču-mu-lang-ma je najvyšší vrch na svete (Č), keď Mount Everest = Ču-mu-lang-ma? S tým súvisí otázka, či subjekt S môže vedieť, že určitý vrch má 1800 m, a nevedieť, ako sa volá, resp. nepoznať jeho druhé meno. Po krátkej úvahe prišiel Zouhar k záveru, že subjekt môže vedieť, že E, a nevedieť, že Č, a naopak. Toto riešenie sa priam vnucuje, ale generuje ďalší problém. Možno v jazyku J, ktorý subjekt S vôbec nepozná, formulovať nejaké pravdivé tvrdenia tvaru „S vie, že p“, kde p je preklad znalosti subjektu S z jeho jazyka do J? Sú takéto preklady vôbec možné?

Základným epistemologickým operátorom systémov epistemickej logiky býva buď neosobný jednoargumentový výraz „vie sa, že...“ (je známe, že), alebo dvojargumentový výraz „... vie, že...“. Sú to výrazy rôznych sémantických kategórií. Zouhar sa rozhodol pre prvý z nich a v systéme používa všeobecne zaužívané, Hintikkom už začiatkom 60-tych rokov 20. storočia zavedenú skratku K. Na jeho čítanie odporúča však aj zvrät „x vie, že...“, zložený z dvojargumentového „... vie, že ...“ a premennej x, čo zaťažuje operátor K zbytočnou dvojznačnosťou. Je naozaj unárny, ako píše Zouhar, keď výraz „vie, že“ je vo výraze „x vie, že p“ binárny? A je Kv, kde v je určitý výrok, forma s premennou x, alebo je to výrok s určitou pravdivostnou hodnotou?

Zouharova intuitívna interpretácia axiómy Ax1 na s. 368 a teorémy Tr21 na s. 378 nie je celkom adekvátne; *materiálnu* implikáciu $p \rightarrow q$ číta totiž takto: q je dôsledkom p.

Vo výklade deontickej logiky čitateľ narazí na jeden problém, ktorý súvisí s intuitívnou interpretáciou jej jazyka zavedeného v podkapitole 10.4. V tomto jazyku sa deontické operátory spájajú s výrokovými premennými, za ktoré sa pri aplikáciách dosadzujú výroky. Vyberme z troch deontických operátorov uvedených na s. 401 trebárs operátor F, ktorý sa má čítať ako „je zakázané, že“. Keď do formy „Je zakázané, že p“ dosadíme za p výrok, dostaneme výraz, ktorý je prinajmenšom čudný; napríklad „Je zakázané, že ľudia porušujú zákony“, čo je v slovenčine priam nezmysel. Aby to bolo stráviteľnejšie, Zouhar upravuje tento výraz na „Je zakázané, aby sa porušovali zákony“, a keďže ani to ešte nie je ono, ďalej dáva prednosť hladšej formulácii „Je zakázané porušovať zákony“. V oboch prípadoch aj v mnohých iných príkladoch namiesto výrokov dosadzujeme za p nevýrokové frázy utvorené z neurčitku slovesa a nejakého dodatku, spravidla predmetu slovesa. Lenže tieto frázy nemajú pravdivostné hodnoty a sémantika, ktorá argumenty deontických operátorov interpretuje ako pravdivé alebo nepravdivé (v tom ktorom možnom svete), nie je v takomto prípade adekvátne. To je naozaj námet na zamyslenie,

a možno aj náznak východiska z problémov, na ktoré upozorňuje Zouhar na konci tejto kapitoly (s. 418 – 420), kde uvádza teorémy, ktoré nevyhovujú našim intuíciam. Venoval im aj úvodné podkapitoly 10.1 a 10.2 k deontickej logike, kde podáva peknú intuitívnu analýzu deontických pojmov, ale naznačený problém sémantickej kategórie argumentov deontických operátorov si nevšimol alebo ho nedocenil.

Nejedného čitateľa sklame fakt, že v monografii úplne absentujú odkazy na literatúru (s výnimkou zoznamu titulov na konci knihy). V texte sa príležitostne spomína asi päť – sedem autorov, a to je všetko. Ani tu však nenachádzame odkaz na dielo, z ktorého Zouhar vychádzal a do ktorého by mohol v prípade potreby nazrieť čitateľ. Študent, ktorý bude chcieť siahnúť po ďalšej literatúre na určitú tému alebo bude chcieť poznať aspoň mená autorov preberaných logík, bude musieť listovať v prácach uvedených v zozname literatúry (od čoho zrejme upustí, pretože ich nebude mať k dispozícii). Nemožno predsa vykladať modálnu logiku, a nespomenúť C. I. Lewisa, alebo vykladať epistemickú logiku, a nezmieniť sa o J. Hintikkovi. Ich mená nie sú u nás známe tak, ako v anglosaskom filozoficko-logickom prostredí s dlhodobou tradíciou.

Bez ohľadu na uvedené detaily a čiastkové výhrady k niektorým jednotlivostiam Zouharovu prácu pokladám za mimoriadny prínos do slovenskej logickej literatúry. Bude výborným doplnkom ku Gahérovej *Logike pre každého*. Ocenia ju najmä študenti, ktorí sa budú chcieť dôvernejšie oboznámiť s logikou a pokračovať v jej štúdiu i po absolvovaní povinného úvodného kurzu. Nájdu v nej dôkazy a pojmové nuansy, ktoré sa v iných príručkách zvyčajne vynechávajú. Kniha priam oplýva príkladmi a cvičeniami, ktoré im pomôžu lepšie preniknúť do preberanej logickej problematiky. Nepochybujem o tom, že výrazne prispeje k zvýšeniu celkovej logickej kultúry na Slovensku a ku skvalitneniu výučby logiky na spoločenskovedných a humanitných odboroch. A dúfajme, že aj k ďalšiemu rozvoju slovenskej filozofickej logiky.

Pavel Cmorej

prof. PhDr. Pavel Cmorej, CSc.
Filozofický ústav SAV
Klemensova 19
813 64 Bratislava 1
SR

Erráta k recenzovanej publikácii, vypracované autorom knihy M. Zouharom

strana ²	je	má byť
36 ⁹	Klamem.	Vždy klamem.
46 ⁵	nahradiť jednoduchou výrokovou premennou	nahradiť výrokovou premennou
60 ¹⁴	V slovenčine implikáciu...	V slovenčine ekvivalenciu...
125 ₅	$\neg s \rightarrow (t \vee r)$	$\neg q \rightarrow (t \vee r)$

² Zápis strany a riadku v tvare X^Y znamená, že ide o stranu X a riadok Y zhora; zápis X_Y znamená, že ide o stranu X a riadok Y zdola.

132 ₁₋₂	Systém S je rozhodnuteľný vtedy a len vtedy, keď existuje efektívna metóda, ako zistiť, či každá formula α je, alebo nie je teorémou systému S . ³	Systém S je rozhodnuteľný vtedy a len vtedy, keď existuje efektívna metóda, ako o každej formule α zistiť, či je teorémou systému S .
174 ¹⁶	...museli by sme nové pojmy...	...museli by sme zaviesť nové pojmy...
192 ⁴	...všetky výskyty danej premennej...	...všetky voľné výskyty danej premennej...
195 ¹³	$\mathfrak{M} = \{\mathcal{U}, \mathcal{J}\}$	$\mathfrak{M} = \langle \mathcal{U}, \mathcal{J} \rangle$
198 ₂	$\mathfrak{M} = \{\mathcal{U}, \mathcal{J}\}$	$\mathfrak{M} = \langle \mathcal{U}, \mathcal{J} \rangle$
210 ₁₁	$\mathfrak{M} = \{\mathcal{U}, \mathcal{J}\}$	$\mathfrak{M} = \langle \mathcal{U}, \mathcal{J} \rangle$
226 ⁹	(22*) $\exists x(Px \wedge Qx \wedge Sx \wedge Rx)$	(22*) $\forall x((Px \wedge Qx \wedge Sx) \rightarrow Rx)$
226 ¹⁰	(23*) $\exists x(Px \wedge (Qx \vee Sx) \wedge Rx)$	(23*) $\forall x((Px \wedge (Qx \vee Sx)) \rightarrow Rx)$
335 ¹⁸	$V_{\mathfrak{M}}(\neg\alpha, w) = 0$	$V_{\mathfrak{M}}(\neg\alpha, w^*) = 0$
335 ¹⁹	$V_{\mathfrak{M}}(\alpha, w) = 1$	$V_{\mathfrak{M}}(\alpha, w^*) = 1$
335 ²¹	$V_{\mathfrak{M}}(\neg\alpha, w) = 1$	$V_{\mathfrak{M}}(\neg\alpha, w^*) = 1$
335 ²²	$V_{\mathfrak{M}}(\alpha, w) = 0$	$V_{\mathfrak{M}}(\alpha, w^*) = 0$
337 ₅	$\mathfrak{M} = \{\mathcal{W}, \mathcal{R}, u\}$	$\mathfrak{M} = \langle \mathcal{W}, \mathcal{R}, u \rangle$
339 ¹³	$\alpha^{(\beta_1/p_1, \dots, \beta_n/p_n)^4}$	$\alpha^{(\beta_1/\pi_1, \dots, \beta_n/\pi_n)}$
344 ⁵⁻³	Ak napríklad tretí riadok nasledujúceho dôkazu vznikne z druhého riadku tak, že vo formule z druhého riadku...	Ak napríklad druhý riadok nasledujúceho dôkazu vznikne z prvého riadku tak, že vo formule z prvého riadku...
366 ¹⁵	...ak v každom dosiahnuteľnom svete...	...ak v niektorom dosiahnuteľnom svete...
367 ₁₆	$\mathfrak{M} = \{\mathcal{W}, \mathcal{R}, u\}$	$\mathfrak{M} = \langle \mathcal{W}, \mathcal{R}, u \rangle$
379 ⁶	S4	KS4
381 ₁₀	$\alpha^{(\beta_1/p_1, \dots, \beta_n/p_n)}$	$\alpha^{(\beta_1/\pi_1, \dots, \beta_n/\pi_n)}$
382 ₁	$\alpha^{(\beta_1/p_1, \dots, \beta_n/p_n)}$	$\alpha^{(\beta_1/\pi_1, \dots, \beta_n/\pi_n)}$
396 ¹⁶⁻¹⁷	idedeonticky	Deonticky
408 ⁹	$V_{\mathfrak{M}}(p \rightarrow q, w) = 1$	$V_{\mathfrak{M}}(p \rightarrow q, w^*) = 1$
408 ¹²	$V_{\mathfrak{M}}(p \rightarrow q, w) = 0$	$V_{\mathfrak{M}}(p \rightarrow q, w^*) = 0$
410 ¹²	$\mathfrak{M} = \{\mathcal{W}, \mathcal{R}, u\}$	$\mathfrak{M} = \langle \mathcal{W}, \mathcal{R}, u \rangle$
410 ₅	$\mathfrak{M} = \{\mathcal{W}, \mathcal{R}, u\}$	$\mathfrak{M} = \langle \mathcal{W}, \mathcal{R}, u \rangle$
410 ¹⁴	$V_{\mathfrak{M}}(\mathcal{O}\alpha, w^*) = 0$	$V_{\mathfrak{M}}(\mathcal{O}\alpha, w^{**}) = 0$
410 ¹⁵	$V_{\mathfrak{M}}(\alpha, w^*) = 0$	$V_{\mathfrak{M}}(\alpha, w^{***}) = 0$
410 ¹⁸	$V_{\mathfrak{M}}(\mathcal{O}\alpha, w^*) = 1$	$V_{\mathfrak{M}}(\mathcal{O}\alpha, w^{**}) = 1$
410 ¹⁹	$V_{\mathfrak{M}}(\alpha, w^*) = 1$	$V_{\mathfrak{M}}(\alpha, w^{***}) = 1$
412 ⁴	$\alpha^{(\beta_1/p_1, \dots, \beta_n/p_n)}$	$\alpha^{(\beta_1/\pi_1, \dots, \beta_n/\pi_n)}$

³ Definícia rozhodnuteľnosti systému je chybná, ako ma upozornil Pavel Materna, za čo mu ďakujem.

⁴ Pravidlo substitúcie (PS) je formulované v metajazyku, no vyskytujú sa v ňom objektovojazykové premenné p_1, \dots, p_n namiesto metajazykových premenných π_1, \dots, π_n (to platí aj v ďalších troch prípadoch, ktoré sú uvedené nižšie). Aj v komentári, ktorý po tomto pravidle nasleduje na s. 339, treba výskyty p_1 a p_n nahradiť výskytmi π_1 a π_n .