

K SOUČASNÉ ANALÝZE MODALIT

Vojtěch KOLMAN

ON CONTEMPORARY ANALYSIS OF MODALITIES

In the paper I firstly review attitudes that the founders of modern logic and analytical philosophy maintained towards modalities, preferring logical or epistemological reduction, then I proceed to their contemporary metaphysical opponents who aspire to refine the newleibnizian ontology of possible worlds. I point out some unclarified assumptions in their „arguments“ to which – and to the philosophical analysis of possibility in general – I add a few final general critical remarks based on Wittgenstein-Carnap's conception of possibility as meaningfulness.

Frekvence a samozřejmost, s jakou jsou klasické filosofické termíny „možného“ a „nutného“ užívány v úvahách a „argumentech“ současné filosofické logiky, zvláště pak v souvislosti se znovuvzkříšeným pojmem „možného světa“, vyvolávají určité pochybnosti v mysli toho, kdo ji vidí a chce vidět jakožto součást analytické tradice, neboť by rád v souladu s tzv. „obratem k jazyku“ začal kritikou zděděných lingvistických forem a předsudků, lapidárně řečeno: rozborem a rekonstrukcí jazykového úzu, nikoli metafyzickými postuláty o tom, co je, co může být a co nutně není. Snad trochu poučení dějinami pozitivismu víme, že výsledky a postřehy velkých filosofů nelze ani z pozic filosofie jazyka odvrhnout jen proto, že jsou prezentovány v ontologickém, nekritickém hávu. – Přezkoumat je co do pevnosti a zdůvodněnosti jejich předpokladů je ovšem nejen naše právo, nýbrž i povinnost, tedy alespoň tehdy, nechceme-li na místo metafyziky staré, „scholastické“, postavit novou, „analytickou“, byť je sousloví „analytická metafyzika“ cosi jako *contradictio in adjecto*. Více než sto let úspěšného rozvoje nové logiky a filosofie jazyka nám k tomuto úkolu poskytuje příhodný výkladový rámec.

V článku nejprve rekapituluji postoje, které k modalitám zaujali zakladatelé moderní logiky a analytické filosofie, preferující logickou či epistemickou redukci, poté přecházím k jejich soudobým metafyzickým oponentům, vycházejícím z novoleibnizovské ontologie možných světů, poukazují na nevyjasněné předpoklady některých z jejich „argumentů“, k nimž pak – a k filosofické analýze možnosti vůbec – připojuji několik obecně-kritických tezí založených na Wittgenstein-Carnapově pojetí možného jako smysluplného.

1. Statistické modality

Uvědomíme-li si třeba jen namátkovým výčtem jak běžnou a potřebnou součástí přirozeného jazyka a argumentační praxe modální výrazy jsou („možná tomu tak není“, „tak to nemůže být“, „je to nutně jak říkám“), může (sic!) se zdát překvapivé, že se modální logiky do stavu, který byl od Tarského teorie modelů považován pro logický systém za stav výchozí, dostaly teprve počátkem šedesátých let, když totiž Saul Kripke (1959, 1963) vedle příspěvků Stiga Kanger, Jaakko Hintikka (1957) a Richarda Montegua (1960)¹ zkonstruoval pro relativně staré, leč neinterpretované kalkuly C. I. Lewis (1918, 1932) formální sémantiku – 80 let po založení a úplné kalkulizaci predikátové logiky ve Fregově *Begriffsschrift* (1879) a 30 let po Tarského *Wahrheitsbegriff* (1932).

Překvapivé to ale vlastně není, vzpomene-li, že moderní logika vznikala zprvu v rukou matematiků, z matematických podnětů (krize základů v 19. století), a že typickým, ne-li výlučným modelem matematiky² je indikativ. – Věta typu

prvočísla větší než dvě jsou *nutně* lichá

je vlastně jen eliptickým vyjádřením toho, že

každé prvočísla větší než dvě je liché.

Takováto redukce – pro otce moderní logiky typická – je obecně projevem tzv. statistického pojetí modalit (Beckerův termín)³, vycházejícího z Russellovy doktríny, že „*celá teorie modalit platí pouze pro výrokové funkce, nikoli výroky*“⁴, a následné transkripce

„ φx “ je nutná na $\forall x. \varphi x$

„ φx “ je možná na $\exists x. \varphi x$

„ φx “ je nemožná na $\forall x. \neg \varphi x$.

¹ Stručný přehled o vzniku moderní modální sémantiky lze získat z: Lindström (2001).

² Zcela se jej neodvažují vyloučit s ohledem na metamatematiku, zabývající se odvoditelností, tj. *možností* odvozování v určitých kalkulech; souvislost s modalitami je zde zvláště názorná na tzv. logice dokazatelnosti, jejíž název sám ale naznačuje, že nedostávají-li nás takováto zkoumání za hranice matematiky, k logice, pak alespoň na jejich rozhraní. S tímto tématem také souvisí teorie tzv. epistemických modalit, k níž se ještě dostaneme.

³ Becker (1952). Tento a následující odkaz spolu se stručným přehledem reduktivních pojetí modalit lze najít in: Wright (1982), kap. *Modal Logic and the Tractatus*.

⁴ Russell (1972), s. 88.

Věta „labuť mohou být černé“ je v něm jen jiným vyjádřením toho, že některé labuť jsou černé, podobně jako byla věta „některá prvočísla jsou sudá“ zkratkou za fakt, že existují sudá prvočísla. Proč je tato redukcionistická teorie modalit nazývána statistickou, je nejspíš zřejmé: potkám-li náhodně labuť, není jisté (nutné), že bude bílá, tj. je tu jistá pravděpodobnost, že bude černá, neboť takové labuť existují, a tedy je to možné; stejně jako je možné vytáhnout černou kuličku z pytle, v němž nějaké černé kuličky jsou. Zároveň je vidět, v čem srovnání možnosti s pravděpodobností pokulhává, totiž v tom, že druhá narozdíl od první s sebou nese přinejmenším implicitní vyjádření míry, a tedy komparativní prvek: to, že potkám černou labuť, není vyloučeno, tj. je to možné, ale není to *příliš* pravděpodobné, rozhodně *ne tolik*, jako že potkám bílou. Logická redukce, která by toto zjemnění „možného“ na „možnější“ a „méně možné“ dovolila zachytit analýzou vět jako „většina labuť je bílých“, je k dispozici, přesahuje však prvofádové paradigma,⁵ a tím i téma našeho článku. K analogii možnosti a kvantifikace ještě poznamenejme, že vedla některé autory, jmenovitě von Wrighta, k zavedení dalšího typu tzv. *existenčních modalit*.⁶

2. Epistemické modality

Na pozadí toho, co jsme o podmínkách vzniku moderní logiky řekli, nás sotva překvapí že se i její otec a zakladatel Gottlob Frege na jednom z mála míst, kde se o modálních soudech zmiňuje, přiklání k jejich redukci, a to – jak naznačuje jím zvolený příklad – rovněž redukci statistické; soudem:

některá nachlazení mohou vést ke smrti

⁵ To, že nejde obraty jako „většina ϕx je ψx “ zachytit formulí logiky prvního řádu, lze ukázat obvyklým způsobem prostřednictvím věty o kompaktnosti: kdyby ano, bylo by možné vzít příslušnou prvofádovou formuli $A(\phi x, \psi x)$, a spolu s ní uvažovat nekonečnou třídu C dvojic formulí

$$\exists x_1, \dots, x_n (x_1 \neq x_2 \neq x_3 \dots \neq x_n \wedge \phi x_1 \wedge \dots \wedge \phi x_n \wedge \psi x_1 \wedge \dots \wedge \psi x_n)$$

$$\exists x_1, \dots, x_n (x_1 \neq x_2 \neq x_3 \dots \neq x_n \wedge \phi x_1 \wedge \dots \wedge \phi x_n \wedge \neg \psi x_1 \wedge \dots \wedge \neg \psi x_n)$$

pro všechna přirozená n ; jelikož každá konečná podmnožina C a A má konečný model (pro dostatečně velký počet prvků), z kompaktnosti jej musí mít i $C+A$; tento model musí být nekonečný a v souladu s Löwenheim-Skolemovým teorémem lze předpokládat, že je i spočetný – pak je ale všech ϕx , která jsou ψx , stejně, nikoli více, jako těch, která nejsou, a A tedy, kontra předpoklad, neplatí.

V logice druhého řádu problém mizí, neboť v ní lze porovnávání kardinalit zachytit tvrzením (ne)existence vhodných bijekcí, tj. pro množiny X, Y platí, že většina X je Y tehdy a jen tehdy, když existuje bijekce mezi $X-Y$ a částí, nikoli celým $X \cap Y$.

⁶ Wright (1951).

mluvčí říká, že „*popření věty není v obecnosti pravdivé*“,⁷ tedy že

není pravda, že by každé nachlazení ke smrti nevedlo.

Obecnému problému statistické redukce, totiž případu vět, kdy kvantifikátorem modalizované věty již nějaký modální výraz obsahují, jako např.

je možné, že některá nachlazení končí smrtí,

se ovšem Frege narozdíl od Russella nevyhýbá, neboť vedle výše uvedeného příkladu uvádí ještě soud

je možné, že se jednou Země střetne s jiným tělesem,

v němž, jak říká, mluvčí vyjadřuje, „*že mu nejsou známy zákony, z nichž by vyplývala negace*“.⁸ Tento příklad spolu s Fregovým obecným zhodnocením modálních termínů jako něčeho, co „*nemá vliv na pojmový obsah soudů*“ (rozuměj: není logickou, formotvornou konstantou), nýbrž jen „*dává najevo své důvody pro jeho vynesení*“,⁹ vede výsledně k tzv. epistemickému pojetí modalit čili k *epistemickým modalitám*.

Tyto modality jsou spjaty se situacemi, v nichž se jejich uživateli z nějakého důvodu nedostává informací, typicky třeba a) v historickém diskurzu („Mozart byl možná otráven“), b) v detektivních příbězích resp. při vyšetřování zločinu („zločinec nutně utekl oknem“) či c) v prognózách tj. futuristických výpovědích („je možné, že dojde k zemětřesení“). Modalita zde zřejmě funguje jako operátor, kterým mluvčí vztahuje modalizovaný soud k nějakému domnělému (momentálně neproblematizovanému) vědění Σ , přičemž tvrzením, že je věta A nutná, říká vlastně, že je implikována věděním Σ , zatímco tím, že je možná, že není se Σ v rozporu, symbolicky

A je nutná znamená $\Sigma \vdash A$

A je možná znamená $\Sigma \not\vdash \neg A$.

Jelikož epistemická nutnost a možnost jsou modalities relativní, bývá zvykem užívat na jejich místě pojmy, které tuto vztáženost k nějaké fixní třídě vět podporují, typicky to jsou dokazatelnost, verifikovatelnost atd. pro epistemickou nutnost, či vyvrátitelnost pro epistemickou nemožnost. Epistemická možnost jakožto tvrzení bezrozpornosti negace s tím, co je známo (nevyvra-

⁷ Frege (1879), §4.

⁸ Ibid.

⁹ Ibid.

titelnost), přirozený, neodvozený korelát nemá; výraz „možné“ v běžném úzu používáme zpravidla pro tzv. kontingenci, kdy

A je kontingentní znamená $\Sigma \not\vdash A$ a $\Sigma \not\vdash \neg A$.

V důkazové terminologii je kontingence vyjádřitelná jako nerozhodnutelnost či nezávislost.

3. Pravdivost jako dokazatelnost

Epistemická nutnost je nutností relativní, předpokládající vztažný systém Σ neproblematizovaných pravd. Výtku fatalismu, s níž se lze občas v kritice epistemické teorie modalit setkat,¹⁰ neboť pro libovolnou větu A ze Σ platí $\Sigma \vdash A$ triviálně, a je tedy nutná, lze proto snadno odmítnout: věta A je samozřejmě relativně nutná ke každému vztažnému systému, který ji obsahuje. Podezření, že v epistemickém pojetí možnosti usuzujeme z pravdivosti věty na její nutnost, má bezesporu základ v tom, že samotný pojem pravdivosti tvrzení nebyl při zavádění příslušných modalit vysvětlen resp. dán do vztahu s užitými termíny dokazatelnosti.

Vidíme-li dnes v pojmové dvojici pravdivosti a dokazatelnosti okamžitě rozdíl dvou logických sfér, totiž sémantiky a axiomatiky, které se nemusí krýt, tj. „pravdivé“ nemusí být „dokazatelné“, zapomínáme snadno na předpoklady, které si s sebou toto rozlišení nese a které nebyly a stále nejsou bezvýhradně akceptovány. Pojetí pravdivosti jako čehosi, co je na člověku více méně nezávislé, či přinejmenším do značné míry mimo jeho vliv a poznávací schopnosti, bylo z logicko-filosofických pozic napadeno na počátku minulého století, a to jednak ze strany vídeňských pozitivistů, kladoucích rovnítko mezi pravdivostí a (empirickou) verifikovatelností, jednak ze strany rodičího se (matematického) konstruktivismu, který za pravdivým tvrzením chtěl vidět efektivní důkaz (konstrukci), jinak se o jeho „pravdivosti“ vůbec odmítal bavit. Toto ztotožnění pravdivosti s efektivním zdůvodněním, důkazem, stojí také bezpochyby za Brouwerovým odmítnutím Hilbertova optimistického vyjádření o řešitelnosti každého matematického problému jakožto případu intuicionismem neakceptovatelného zákona *vyloučeního třetího*. Dlužno říci, že Hilbert sám proponentem nezávislosti matematické pravdy na matematickém důkazu nebyl – ba naopak, jeho propagování finitistických metod ukazuje, že věřil a usiloval o výlučnou redukci sémantických, obtížně kontrolovatelných pojmů, na syntaktické. Čára přes rozpočet, kterou mu v tomto programu učinil Gödelův objev, ovšem intuicionisty či konstruktivisty

¹⁰ Viz třeba Wessell (1976), s. 172.

v širším smyslu nezasáhla, již proto, že koncept důkazu nespojovali s odvoditelností v nějakém speciálním deduktivním kalkulu,¹¹ a Gödelovy věty o neúplnosti tak mohli chápat jen jako jakousi dodatečnou informaci o Peanově formalismu.¹²

Ať je to ale s otázkou vztahu pravdy a dokazatelnosti momentálně jakkoli, vidíme, že věc není řešitelná jen tak sama o sobě, a námitky, které jsou proti epistemické teorii modalit vznášeny, jsou často mnohem problematictější, tj. dluží toho k vysvětlení více, než tato teorie samotná, pro níž mluví alespoň nějaká zkušenost z běžné jazykové praxe. Vezměme např. úvahu Davida Lewis,¹³ zpochybňující epistemickou definici „možného“ coby „dokazatelného“ ve prospěch idiomu „možného světa“¹⁴ právě odkazem na jeden z Gödelových výsledků: Podle 1. Gödelovy věty existuje pravdivá aritmetická věta φ taková, že ona i její negace jsou nedokazatelné; φ je tedy epistemicky kontingentní. Zároveň se však jedná o aritmetickou pravdu, a ty, předpokládá Lewis, jsou pravdivé nutně, a dle definice tedy dokazatelné. To je ovšem ve sporu s nezávislostí (kontingencí) φ .

4. Co je matematický důkaz?

Nachází-li se tvář v tvář Lewisově úvaze kritický čtenář na rozpacích, může to být snadno tím, že neví, kterou z okamžitých námitek řící jako první. Je-li přinejmenším hned zřejmé, že nedokazatelnost φ a $\neg\varphi$ je míněna deduktivní nedokazatelnost z Peanových axiomů (PA), tvořících zde tedy vztažný systém Σ , nelze říci, že by totéž platilo o pravdivosti věty φ , nemluvě o její nutnosti. Na jednu stranu je jasné, že modalita nutnosti, kterou Lewis připisuje aritmetickým pravdám, není modalitou epistemickou, smysluplně, tj. nikoli kontradiktoricky využitelnou např. v soudu

¹¹ Nemluvě o Brouwerovi, který rozhodně odporoval nápadu, že by matematické konstrukce coby vlastní náplň matematické duševní činnosti mohly být redukovány na mechanické operace se symboly.

¹² Ke konstruktivistickému výkladu Gödelových vět viz třeba Lorenzen (1962).

¹³ Lewis (1973), s. 85. Vlastně se nejedná o úvahu, ale o jedinou větu, kterou do formy „argumentu filosofické logiky“ převedl Petr Kolář. Následující text, a sám odkaz „Lewisův argument“, odkazuje tedy spíše ke Kolářově, než Lewisově knize, viz Kolář (1999), s. 138.

¹⁴ V duchu Lewisových úvah lze snadno namítnout, že epistemická definice je cyklická, neboť dokazatelnost znamená totéž co *možné* odvození, k tomu tedy, abychom rozuměli dokazatelnému, musíme již pojem *možného* znát; smutné je, že lze totéž aplikovat i na samotný pojem *možného* světa, a to dvojnásob, neboť k němu nám narozdíl od praxe odvozování v kalkulech zkušenost neříká zhora nic.

Goldbachova domněnka možná není pravdivá.

Lze tedy namítnout, že v argumentu došlo k míchání modalit, a dilema nevzniká. Na druhou stranu je Gödelova věta – mj. i pro svůj konstruktivní charakter – výsledkem akceptovaným napříč logickými školami; je-li tedy spolu s ní jednou akceptována prostá pravdivost (nedokazatelné) věty φ , nevyplyvá z toho také, že je φ součástí domnělého vědění, a tedy epistemicky nutná? Uvědomme si na tomto místě, že zde nestojíme pouze před problémem epistemických modalit, ale všech populárních výkladů Gödelových vět, přefíkávajících je v rádobý sókratovském duchu jako: víme, že nemůžeme vědět všechno. Protitah je nasnadě: odkud víme, že je věta φ pravdivá. Nu, protože to Gödel v rámci *důkazu* své věty *spoludokázal*: věta φ byla zkonstruována tak, aby z její pravdivosti vyplývala nedokazatelnost v PA a vice versa.

To co tu máme tentokrát před sebou není tedy jedna, ale dvě koncepce dokazatelnosti, přičemž první z nich tu druhou, deduktivní zdaleka nevyčerpává. Podle ní jsou věta φ a samotná věta Gödelova *pravdivé* proto a právě proto, že byl předveden jejich matematický důkaz, čímž není v žádném případě míněno deduktivní odvození v PA. V takto široce pojaté důkazové koncepci platí

φ je nutně pravdivá,

a naopak (zatím?) neplatí

Goldbachova domněnka je nutně pravdivá,

a Lewisův argument nefunguje jednoduše proto, že znak „ \vdash “ v PA $\not\vdash \varphi$ reprezentuje užší dokazatelnost, než právě uvažujeme. Omezíme-li se naopak výhradně na důkaz coby syntaktickou transformaci v rámci konvenčně zvoleného kalkulu, typicky PA, zůstává otázka, co znamená, že je na PA nezávislá sentence φ pravdivá resp. pravdivá nutně. Ovšem, φ je pravdivá ve standardním modelu aritmetiky, ten je ale pouze jedním z modelů PA, přičemž existují takové, v nichž platí $\neg\varphi$, a žádný formální důvod, proč protežovat standardní model jako ten, vůči němuž jsou věty aritmetického jazyka pravdivé, a to dokonce pravdivé nutně, Lewis neuvedl a uvést nemohl, protože jednoduše neexistuje.

5. Jsou pravdy matematiky nutné?

Analýzou „Lewisova argumentu“ jsme byli přivedeni k diferenciaci užitých pojmů pravdivosti a důkazu. Centrálním bodem Lewisovy úvahy byl ale před-

poklad *nutnosti* aritmetických pravd, který jsme zatím nechali více méně stranou.

To, že jsou aritmetické pravdy nutné, slyšíme v úvahách filosofujících logiků a logizujících filosofů celkem často, většinou bez vysvětlení, v horším případě s odkazem na naše „intuice“. Lewis nám ovšem odpověď zdánlivě dlužen nezůstal: to, že je věta nutná, podle něj prostě znamená, že je *pravdivá v každém možném světě*. Věty aritmetiky jsou tedy pravdivé *proto*, že jsou pravdivé v každém možném světě. Předvedme nejprve jistou vstřícnost a ukažme, v čem má toto „vysvětlení“ pojmu nutného své zdravé a původní jádro.

Za pojmem „možného světa“ stojí postřeh, že se věci světa naší zkušenosti „mohly mít také jinak, než se mají“, nacvičené na zkušenosti, že se mnohokrát „měly jinak, než jsme se domnívali, že se mít budou“. Věty matematiky ovšem primárně neartikulují naše zkušenosti se světem, neboť coby součást teoretického aparátu fyziky a jejích měření tuto zkušenost samy spoluutvářejí. Nejsou zakoušenou zkušeností, nýbrž prostředkem jejího poznání, a jako takové *nemohou* být jinak, než jsou, a jsou tedy nutné. Tato nutnost je ovšem nutností relativní, věty matematiky jsou apriori stávající (pro ty a ty účely více či méně vhodné) fyziky.

V relativním významu: matematika vs. fyzika, norma vs. deskripce, apriori vs. empirická zkušenost, lze tedy dát *nutnosti* matematických pravd dobrý smysl. Jak totéž učinit pro její význam absolutní, v němž jí, zdá se, používají teoretikové možných světů s Lewisem v čele, přesahuje schopnosti člověka průměrné fantazie. Proponent absolutní nutnosti matematických pravd musí např. zodpovědět otázku, kterou matematiku má na mysli, otázku, jež např. u matematické analýzy povede k odlišným odpovědím v intuicionismu Brouwerově, radikálním konstruktivismu Weylově či axiomatismu Hilbertova typu. Bude muset rozhodnout, zda je (nutně) pravdivý axiom výběru nebo axiom determinovanosti, zda platí geometrie euklidovská či neeuklidovská. Silně pochybuji, že mu k tomu naše „intuice“¹⁵ – rozuměj: jakýsi podvědomě přetrvávající relikv Kantova čistého názoru (Anschauung, intuition) – poskytnou byť i jen tu minimální oporu, zvláště poté, co hilbertovský konvencionalismus (zčásti právem!) ovládl pole.¹⁶

¹⁵ U Lewise najdeme spíše termín „modal opinion“ – prefilosofický, a nejspíš i prelingvistický fundament, jehož se modální realisté dovolávají se stejnou (a hrdě proklamovanou) naivitou jako pozitivisté objektivně existujících žehliček a lenochodů. Srv. Lewis (1973), s. 88.

¹⁶ Aby nedošlo k omylu, problém matematické pravdy podle mého mínění obecně nestojí: Hilbert nebo Kant (přesněji Plátón), ale: co jiného, než Skylla formalismu na jedné straně a Charybda

6. Možné světy

Ačkoli za popularitu pojmu možného světa ve filosofické logice může bezesporu moderní modální sémantika, nebyl to Kripke, ale Heinrich Scholz, kdo tento Leibnizův pojem v minulém století znovu pro filosofii oživil, konkrétně ve své knize *Metaphysik als strenge Wissenschaft*.¹⁷ V této souvislosti může lépe vyniknout to, co bývá někdy přehlíženo, totiž že Kripkeho sémantika možných světů narozdíl od Scholzových (resp. Leibnizových) úvah není primárně ontologicky zatížena, tj. nenese s sebou přímé implikace metafyzické či dokonce etické.¹⁸ Možný svět je pro Kripkeho především tím, vůči čemu mohou modální *formule* nabývat pravdivostních hodnot, tj. stavebním prvkem *formální* sémantiky pro logiku modalit. Ta je od této doby také kanonicky prezentována ve formě jakési hry kombinatorické mysli, studující vůči kterým strukturám bude určitý deduktivní systém úplný po přidání toho kterého axiomu.¹⁹

To, že se tato jasná partie formální logiky a teorie modelů (neklasické logiky) dostala do knih jakožto obsah tzv. filosofické logiky, je do značné míry kouzlem nechtěného – cokoli mimo zavedený (byť sotva pár desítek let starý) rámec vědy je filosofie. Z mnoha matematiků se tak takřka přes noc stali filosofové jazyka a metafyzici, kteří se vedle pojmu „pravdy“, v němž měli jasno již od Tarského a Gödela, stali odborníky na to, co je „možné“. Na druhou stranu tu ovšem byli stále universalističtí filosofové Russellova typu, kteří na výsledky formální logiky a matematiky pohlíželi stejně jako na výsledky věd empirických, které obdivovali a považovali za nutné východisko každé filosofie, nikoli její předmět a prostředek. Není divu, že takto založená „logická analýza“ přirozeného jazyka byla a je na jedno oko slepá, totiž právě na to týkající se přírodních a formálních věd. Odtud ostatně pocházejí pochybná spojení jako „logický empirismus“ či samo využívání fyzikálních teorií a teorémů teorie množin k „důkazům“ toho, co je a co není možné, rozuměj: jak vypadají možné světy a jakou strukturu má jejich univerzum. Je v této situaci ještě vůbec nějaká naděje, že ekvivalence

„A“ je možná *tehdy a jen tehdy* když existuje možný svět, v němž A,

platonismu na druhé; za návrh skutečné alternativy v obecné rovině považuji některé názory Fregovy (viz Kolman (2002), oddíl 7.2) a jejich rozvedení u Wittgensteina.

¹⁷ Scholz (1941), s. 45.

¹⁸ Leibniz, jak známo, považoval náš svět za „nejlepší“ z možných světů, což Schopenhauer pohotově opravil na věrohodnější „když už, tak nehorší“.

¹⁹ Viz např. Hughes, Cresswell (1996).

domnívající se fixovat pravdivostní podmínky modalizovaných vět, přispívá alespoň něčím k porozumění, (logické) analýze vět modálního diskurzu (diskurzů)?

7. Obrat k jazyku

Chápeme-li obrat

„A“ je možná *tehdy a jen tehdy* když existuje možný svět, v němž A

jako *vysvětlení* toho, kdy je věta A resp. jí vyjadřovaný obsah možný, jsme my sami dlužní vysvětlení toho, co má takovéto vysvětlení vysvětlit. Situace je vlastně obdobná známým *korespondenčním* definicím pravdy typu

„A“ je pravdivá *tehdy a jen tehdy* když to, že A, je fakt,

u nichž jsem již jinde argumentoval,²⁰ že se jedná jen o definice zdánlivé. Tyto typy vět, mají-li vůbec nějaký smysl, jsou ve skutečnosti analytické výroky, ukazující, jak transformovat fráze obsahující slova jako „pravdivý“, nyní tedy „možný“, na fráze se slovy „fakt“, v našem případě „možný svět“. Coby explanace, vysvětlení, fungují tyto ekvivalence v opačném směru než se by se dalo očekávat, totiž zprava do leva, kdy se nad důvěrně známým posuzováním toho, co je možné a co ne, dozvídáme, jak jej uměle přepsat do *indikativu* obecných výroků o možných světech, rozuměj: jak projikovat formální sémantiku možných světů na studovaný výsek přirozeného jazyka. Vzhledem k sémantickému vzestupu, který je v nich patrný, je tedy o roli uvažovaných transformací lépe hovořit jako o roli expresivní, nikoli explanační.

Ontologie Wittgensteinova *Tractatu* nám nyní analogicky k dříve studovanému vztahu korespondenční teorie pravdivosti k ontologickému platonismu, který je s ní často spojován, poslouží coby instruktivní příklad toho, jak lze ze zdánlivě přímočaře metafyzické doktríny dospět k doktríně analytické – totiž obratem k jazyku. Případ *Tractatu* je o to cennější, že skrze osobu Carnapovu, resp. jeho *Meaning and Necessity* ovládá analytické myšlení po naši dobu.

Je-li ve Wittgensteinem ohlašované izomorfii jazyka a světa (elementární) pravdivá věta obrazem faktu (Tatsache), je (elementární) smysluplná věta obrazem *stavu věcí* (Sachverhalt), řekněme: možného faktu.²¹ Fakta jsou stavy věcí, které nastávají; jejich totalita je svět („*Svět je určen fakty a tím, že to jsou všechny fakty*“).²² Analogicky lze říci: totalita stavů věcí, které mohou

²⁰ Kolman (2003).

²¹ Termín „možný stav věcí“, který se v *Tractatu* občas vyskytuje, je v tomto čtení pleonasmus.

²² Wittgenstein (1984a), §1.11.

nastávat, je možný svět; v Carnapově stylu: možné pravdivostní ohodnocení pevného systému vět (resp. možné ohodnocení jejich podsystemu hodnotou pravda s tím, že zbytek je nepravdivý) určuje tzv. popis stavu coby popis *možného* světa vypadajícího tak, jak tvrdí pravdou ohodnocené věty.

Celá izomorfie pravdy a faktu resp. možné pravdy a možného faktu není evidentně *metafyzickým*, ale *metajazykovým* objevem – důsledkem analytických konvencí, rozšířených o fregovskou logiku. Termíny „pravdivá věta“ a „fakt“, „smysluplná věta“ a „možný fakt“ se co do použití kryjí. Vztah smysluplnosti a možnosti si ovšem zaslouží podrobnější rekonstrukci.

8. Možné a smysluplné

K objasnění své koncepce pravdivosti, tj. věty jakožto obrazu skutečnosti, rýsuje Wittgenstein v §4.063 a §6.341 *Tractatu* následující příměr.²³ Máme si představit černou skvrnu (fotografii) na bílém papíře – svět, a rastr – jazyk, jenž na ni (něj) přikládáme. Zvolená forma rastru nám nyní dovoluje via souřadnice x, y popsat libovolný černý resp. bílý bod papíru elementární větou $S(x, y)$ resp. $W(x, y)$, celou skvrnu pak např. popisem všech černých bodů a tím, že to jsou všechny.

Rozumět větě, znát její smysl, znamená pro Wittgensteina podobně jako pro Fregu vědět, za jakých podmínek je pravdivá (§4.021, §4.014) resp. nepravdivá, v případě elementární věty tedy její vztah ke škále *možných* obarvení políčka rastru. Teprve na základě tohoto předpokladu, tedy předpokladu fixní palety *možných* barev a fixní škály hodnot souřadnic x, y (velikost papíru) *mohou* sloužit věty jako $\neg S(a, b)$ či $\exists x \forall y S(x, y)$ k zobrazování (komplexních) faktů, konkrétně tedy toho, že políčko a, b není černé a že některá souřadnice je spojitě černá celá. Je to tedy forma smysluplné elementární věty, konkrétně $S(x, y)$ a $W(x, y)$, co určuje formu možného světa, v toto případě možné fotografie černobílým fotoaparátem na film daných rozměrů – jinými slovy: prostor toho, co je *možné* (přípustné) a co ne.

Zatímco u vět jako $\forall x S(x, c)$ je zřejmé, že popisují ty z možných fotografií, v nichž je uvedená souřadnice c černá, odmítá u vět typu $\forall x, y (W(x, y) \vee S(x, y))$ Wittgenstein o popisu, zobrazování světa, vůbec hovořit. Nahlížet tuto

²³ Stekeler tento příklad prezentuje v instruktivnější třídídimenzionální verzi černobílého filmu, který lze snadno rozšířit na verzi plnobarevnou, čtyřdimenzionální, odpovídající naší běžné (vizuální) představě empirického světa, viz Stekeler-Weithofer (1995). Wittgenstein uvažovaný příměr považoval za zásadní, nacházíme jej u něj opakovaně a tvoří dokonce jádro jeho jediné „filosofické stati“ *Some Remarks on Logical Form*, něm. překlad in: Wittgenstein (1989). Srv. také 3. díl Werkausgabe: Wittgenstein (1984b), s. 73nn.

větu jakožto vyjadřující fakt, že každé políčko rastru je černé nebo bílé, znamená zapomenout, že volba barevné škály a škály rastru sama nebyla součástí zobrazovaného, nýbrž jeho formy, vymezení toho, co budeme pokládat za přípustnou, tedy smysluplnou elementární větu. Tato smysluplnost se u Wittgensteina narozdíl od Frega nepřenáší z elementárních na věty komplexní, a to jednoduše proto, že zatímco kritérium smyslu – přípustnosti – věty Fregovy formální logiky byla prostá dvojhodnotovost, Wittgenstein ji svou „transcendentální“ aplikací zjemnil na artikulovatelnost rozdílu mezi možnými světy, rozuměj: jejich netriviální rozdělení na ty, které popisu vyhovují, a ty, které nikoli, což tautologické a kontradiktorické formule, vybírající všechny resp. žádný možný svět, neplní, a jsou proto v *Tractatu* narozdíl vět, které *mohou*, ale *nemusejí* nastávat, označeny za smysluprázdné (sinnlos), nikoli však nesmyslné (unsinnig). (§4.4611)

9. Nutné a analytické

Pojetí smysluplné věty jakožto (netriviální, informativní) věty o (empirickém) světě převzal od Wittgensteina vídeňský pozitivismus, včetně podmíněného pardonu pro smysluprázdné, nikoli nesmyslné věty logiky jakožto věty o jazyce, který tento svět popisuje. Tradiční kategorie možnosti a nutnosti takto dostaly nový epistemologický rámec: *možné* znamená (empiricky) kontingentní, vypovídající o objektu, zatímco *nutné* znamená metajazykové, stanovující kritéria objektové artikulovatelnosti, tj. jazykovou konvenci. S ohledem na tradiční diskuzi zde však došlo k něčemu, co není dobré přehlédnout, protože to bylo pravým cílem celé úpravy: v rovnicích:

možné = syntetické (smysluplné, obsažné) = empirické

nutné = analytické (smysluprázdné, bezobsažné) = logické

nezbylo místo pro tzv. syntetické apriori, tj. věty, které ač platí nutně, nejsou prostým důsledkem jazykových konvencí. Kant jak známo za prototyp těchto vět považoval věty matematiky, neopírající se (pouze) o diskurzivní pojmy, ale o konstrukci v čistých názorech prostoru a času. V průběhu let a staletí se v této otázce vystřídaly snad všechny možné postoje, od odmítnutí syntetičnosti aritmetiky nikoli geometrie (Frege), a vice versa (Brouwer), přes zavržení či přijetí obou (Bolzano, Hilbert, Dingler). Ze zřetele by při tom nemělo zmizet, že matematika sloužila Kantovi jen jako (zdánlivě) nepochybný příklad existence syntetických a nutných pravd, příklad, jenž měl být vztažen na zákony fyziky. Nutnou fyziku však pozitivisté okamžitě dešifrovali jako metafyziku, oblast, jejíž věty jsou rovněž bezobsažné, ale narozdíl od logiky

proto, že selhaly v nějakém z obecně-sémantických kritérií kladených na syntetickou (empirickou) větu.²⁴ Odtud rozdíl smysluprázdného (jazykově-analytického) a nesmyslného ve smyslu špatně utvořeného, defektního. Matematiku se pak do schématu podařilo vměstnat díky Frege-Russellově logicistickému plánu, tedy rovnici

logika = matematika,

aniž by se vzalo plně v úvahu, že Frege, a vlastně i Russell, logickou redukcí předpokládali pouze u aritmetiky.

10. Syntetické apriori

Byl ale tento útok na syntetické apriori, odsuzující zákony fyziky k pouhé kontingenci, skutečně v souladu s dikcí *Tractatu*? Odpověď zní ano i ne, s tím, že mnohá místa spisu přinejmenším dávají tušit, že „transcendentální“ ambice logiky *Tractatu*, tedy i logiky pozitivistů, nějakou „syntetickou“ extenzi formální (analytické) logiky fregovské předpokládají.²⁵

Všimněme si nejprve, že smysluprázdná věta z příkladu popisu černé skvrny $\forall x,y(W(x,y)\vee S(x,y))$ není logická tautologie, stejně jako tvrzení, že $\exists x,y(W(x,y)\wedge S(x,y))$, není kontradikce; Wittgenstein tak o nich ale hovoří, třeba když v §6.3751 říká, že „*současný výskyt dvou barev v zorném poli je nemožný, a sice logicky nemožný*“. Logikou se zde zjevně nemíní logika formální, ale logika transcendentální, tj. „logika“ toho kterého obrazu, v němž byly určité *podmínky* (dvojbarevnosti) zahrnuty jako pro tento obraz resp. způsob zobrazení konstitutivní.

Bylo by nyní naivní domnívat se, že věta jako $\forall x,y(W(x,y)\vee\neg W(x,y))$ je něčím více než pouhým vyjádřením konvence, kterou jsme do obrazu vložili (součástí jeho popisu), třeba jakýmsi přirozeným rozumovým zákonem platícím napříč obrazy, nezávisle na našich přáních a úmyslech. – To, že je každé políčko černé nebo nečerné byl předpoklad stejné kvality, jako že je černé nebo bílé, neboť políčka mohla snadno obsahovat barvy obě (třetí hodnota). Vyloučený třetí zde funguje stejně jako ve Fregově logice, totiž jako norma, momentálně kladoucí jisté požadavky na jemnost rastru.

²⁴ Např. že všechny výrazy nedenoťují („Prozřetelnost mu zabránila v sňatku.“), nebo nejsou utvořeny podle pravidel logické gramatiky („Nic nicuje.“).

²⁵ Ostatně sám Frege od své logiky očekával, že mu umožní konstrukci logických předmětů, průběhů hodnot, z nichž posléze vytvoří čísla; její zákony měly tedy artikulovat principy konstituce předmětů! Podrobněji viz Kolman (2002).

Z Wittgensteinovy poznámky v druhém ze zmíněných paragrafů (§6.341) vyplývá, že to, jaký rastr bude nakonec zvolen, je venkonce jedno a praktická záležitost; podstatné je, že k popisu skvrny (světa) nějaký nakonec zvolen být musí. Je-li tímto *podmíněně* nutným způsobem čteno Kantovo apriori, stává se podle mého mínění neproblematickým, a analytickou tradicí vítaným, protože nezbytným rozlišením v oblasti teorie poznání.²⁶ To, že Wittgenstein *logickým* obrazem nazývá právě obraz světa (§2.18, 2.19), jej Kantově pojetí logiky přibližuje víc, nežli prostá proklamace její *transcendentálnosti*. (§6.13) Wittgensteinova logika jakožto prostor, v němž lze pronášet smysluplná tvrzení o přírodě, zahrnuje tradiční syntetické zákony apriori: kauzalitu (§6.32) či zákon o důvodu (§6.35),²⁷ totiž prostředky uniformního zvládnutí – konstrukce – světa, naší orientace v něm. Ta je závislá třeba na znovurozpoznání, identifikaci předmětů v prostoru a čase, se všemi obecnými (apriorními) předpoklady, které to s sebou nese (dejme tomu: trojrozměrný prostor se spojitými, nekřížícími se časoprostorovými trajektoriemi těles apod.).

11. Hranice možného

Pohled na modalitu, možné a nutné, který Wittgenstein v *Tractatu* rozvíjí, evidentně není – alespoň ne přímočaře – identifikovatelný ani s epistemickou koncepcí modalit, ale ani s koncepcí logickou ve smyslu Carnapova:

A je nutná	znamená	A je tautologie
A je možná	znamená	A i \neg A jsou splnitelné
A je nemožná	znamená	A je kontradikce. ²⁸

²⁶ Lze samozřejmě polemizovat s tím, zda toto konvencionalistické pojetí apriori, k němuž se uchýlili mnozí novokantovci, má s Kantovými původními pojmy ještě něco společného; Alberto Coffa namítá, že „výsledná nutnost – a jí odpovídající teorie syntetického apriori – je zcela antikantovská v tom, že podle všeho připouští neslučitelné alternativy“, viz Coffa (1982). Problémovým – protože psychologickým – prvkem je zde samozřejmě Kantův pojem „čistého názoru“. Coffa ve své knize Coffa (1991) prezentuje celou novodobou sémantickou tradici jako proces snah o eliminaci tohoto „neblahého dědictví“.

²⁷ Srv. dále: „Prostřednictvím celého logického aparátu hovoří fyzikální zákony o předmětech světa.“ (§6.3431)

²⁸ Viz Carnap (1934), §69, dále Carnap (1947), s. 141. Carnap zde nejspíš přímo navazuje na jednu z tezí *Tractatu*, konkrétně §5.525, jak vyplývá z předcházejícího oddílu ovšem jen co se jejího znění týče (a ani to vlastně není úplně pravda, protože Wittgenstein nemluví o „nutnosti“, ale o „jistotě“).

Naopak; i když k tomu měl možná autor *Tractatu* v určitém období sklony, je přinejmenším proti duchu jeho pozdějších spisů, hledat zde nějakou „konceptci modalit“ či „teorie pravdy“. Stačí, když nám bude prvotním podnětem analýzy těchto dvou pojmů ve variabilitě kontextů jejich užití. V tomto duchu jsme se mohli dosud nad *Tractatem* ohledně modalit dopracovat k několika obecným závěrům, sloužícím případně další orientaci:

Modalita spolu s *pravdou* se v první řadě ukázaly být základními a nezbytnými pojmy metajazykové reflexe toho, jak jazykem zvládáme svět, tedy základními pojmy logiky v tom nejširším významu. Vůči empirickému předsudku smyslové reality jakožto základního pramene všeho poznání, dal Wittgenstein tím, že vykázal aktuální svět *pouze* jako jeden ze světů možných (totiž ten nastávající),²⁹ zřetelně najevo, že modalita není pojem odvozený z reality, ale naopak, že *realita sama je modální pojem*: definována jako to, co bychom *mohli* (ale reálně nejsme schopni) v daném čase zakusit našimi smysly. Tím dostává smysl i racionalistické zařazení skutečnosti mezi modální kategorie možnosti a nutnosti.

Vůči radikálnímu racionalismu zase, podle něhož je možné takřka cokoli, někdy i nemožné (Meinong), Wittgenstein spojením možného se smysluplným upozornil, že příliš abstraktní pojednání může vést úvahy kolem modalit k naprosté jalovosti, tím, že je vytrhne z konkrétního a přirozeného kontextu, v němž jsou používány. Je-li např. o pravdivostních podmínkách věty typu „Kačer Donald mohl být zvolen prezidentem české republiky“ uvažováno na stejné úrovni s větou „Miloš Zeman mohl být zvolen prezidentem české republiky“, nesvědčí to o nedostačnosti, ale o naprostém bankrotu příslušné logické analýzy, neboť zde zjevně dochází k míšení přirozených kategorií, a celá sémantika možných světů pak z hlediska nezasvěceného čtenáře, jenž je druhou větou narozdíl od první na základě zkušenosti z běžného politického diskurzu zvyklý užívat a vyhodnocovat coby *pravdivý* či *nepravdivý* soud, vypadá jako špatný vtíp (mnoho tzv. „argumentů filosofické logiky“ není bohužel ani to).

Ve Wittgensteinově „možném coby smysluplném“ by měl být dle mého mínění zřejmý také následující pragmatický apel: V úvahách o možnosti nějaké věty, např. té o existenci mimozemských civilizací, bychom si nejprve měli položit otázku po smysluplnosti daného tvrzení, rozuměj: vykazatelnosti kontextu, v němž bude dávat nějaký praktický smysl, tj. bude jím sděleno něco, s čím si účastníci promluvy dovedou něco počít. Prostá logická ani

²⁹ Jedna z tezí, kterou si Waismann na základě svých diskuzí s Wittgensteinem k *Tractatu* poznamenal, zní: „*Skutečnost je jako ostrov v možnosti.*“, viz Wittgenstein (1984b), s. 261.

epistemická bezrozpornost (možnost) zde evidentně nestačí – věty „je možné, že existují mimozemské civilizace“ či drastičtěji: „je možné smrkat palcem u nohy“ jsou zrovna tak tahy ve hře na udávání a požadování důvodů jako jejich nemodální kořeny: „existují mimozemské civilizace“, „smrkám palcem u nohy“. Vykrucovat se (v dané situaci) z argumentů pro jejich podporu s odkazem k nějakému jinému světu zjevně lze, ovšem v kontextu čítajícím jen několik specializovaných časopisů, jehož rozšíření mezi širší veřejnost tedy (bohudíky) nehrozí.³⁰

Sečteno, potvrzeno: Hranice možného jsou hranice smysluplného, hranice smysluplné věty, užití jazyka ve vší jeho různorodosti a flexibilitě. Nutná jsou pravidla, jimiž se při tomto užití implicitně řídíme, staletými vyjeté koleje, do nichž jsme výchovou uvedeni, abychom v souladu s našimi stávajícími potřebami pomalu, ale jistě měnili jejich dráhu a směr.

*Katedra logiky FF UK
Celetná 20, 11000 Praha 1
Česká republika
kolmann@post.cz*

LITERATURA

- BECKER, O. (1952): *Untersuchungen über den Modalkalül*. Verlag Westkultur, Meisenheim am Glan.
- CARNAP, R. (1934): *Der logische Syntax der Sprache*. Julius Springer Wien.
- CARNAP, R. (1947): *Meaning and Necessity*. University of Chicago Press, Chicago.
- COFFA, A. (1982): Kant, Bolzano and the Emergence of Logicism. In: *The Journal of Philosophy* 74.
- COFFA, A. (1991): *Semantic Tradition from Kant to Carnap*. Cambridge, Cambridge University Press, Cambridge.
- FREGÉ, G., (1879): *Begriffsschrift, eine der arithmetischen nachgebildete Formelsprache des reinen Denkens*. L. Nebert, Halle.
- HUGHES, G. E., CRESSWELL, M. J. (1996): *A New Introduction to Modal Logic*. Routledge, London.
- KOLÁŘ, P. (1999): *Argumenty filosofické logiky*. Filosofia, Praha.
- KOLMAN, V. (2002): *Logika Gottloba Frega*. Filosofia, Praha.

³⁰ Ilustrativní může být souvislosti s předchozími dvěma „pragmatickými“ odstavci analogie „estetická“: za hudební skladbu (umělecké dílo obecně) jako něco, co má být přístupné hodnotícím soudům, nebude (opět s výjimkou hrstky hudebně-teoretických anarchistů) považována *libovolná* konfigurace tónů, ale taková, která splní jistá kompoziční kritéria. Ta jsou definovaná jednak *formálně* via zděděné postupy, které ovšem – vyvíjejíce se v kontaktu a skrze kontakt s publikem a uměleckou kritikou – v sobě již zahrnují *dynamický* prvek estetické přijatelnosti „vstřícným a vzdělaným“ posluchačem; ta se přirozeně mění spolu s dobou a běžně přijímá či přímo podporuje explicitně deiktické (tj. situačnězávislé) odkazy k již zkomponovanému.

- KOLMAN, V. (2003), K Fregově údajnému pragmatismu. Vyjde in: **Filosofický časopis** 2003.
- LEWIS, D. (1973): **Counterfactuals**. Basil Blackwell, Oxford.
- LINDSTRÖM, S. (2000): Quine's Interpretation Problem and the Early Development of Possible Worlds Semantics. In: Majer, O. (ed.), **The Logica Yearbook 2000**. Filosofia, Praha 2001.
- LORENZEN, P. (1962): **Metamathematik**. Bibliographisches Institut, Mannheim.
- RUSSELL, B. (1972): **Russell's Logical Atomism**. D. Pears (ed.), Collins, London.
- SCHOLZ, H. (1941): **Metaphysik als strenge Wissenschaft**. Staufien, Köln.
- STEKELER-WEITHOFER, P. (1995): **Sinnkriterien**. Schöningh, Paderborn.
- WESSELL, H. (1976): **Logik und Philosophie**. VEB, Berlin.
- WITTGENSTEIN, L. (1984a): **Tractatus logico-philosophicus**. Suhrkamp, Frankfurt.
- WITTGENSTEIN, L. (1984b): **Wittgenstein und der Wiener Kreis**. B. F. McGuinness (ed.). Suhrkamp, Frankfurt am Main.
- WITTGENSTEIN, L. (1989): **Vortrag über Ethik und andere kleine Schriften**. Suhrkamp, Frankfurt am Main.
- WRIGHT, G. H. Von (1951): **An Essay in Modal Logic**. North Holland Publishing Co, Amsterdam.
- WRIGHT, G. H. Von (1982): **Wittgenstein**. Basil Blackwell, Oxford.