

## K TRANSPARENTNEJ TEÓRII POJMOV (I)

Pavel MATERNA - Pavel CMOREJ

CMOREJ, P.: Pavel, už asi desať rokov sa intenzívne zaoberáš rozvíjaním a problémami logickej teórie pojmov. Ide najmä o otázky späté s vymedzením pojmu POJEM na pôde logiky a so skúmaním povahy a stavby pojmov a rozmanitých vzťahov medzi nimi. Okrem niekoľkých statí, ktoré vyšli v Českej republike i v zahraničí, o pojmoch si napísal a uverejnil aj dve monografie, knižku *Svět pojmu a logika*, ktorá vyšla roku 1995 v Prahe, a jej prepracovanú a značne rozšírenú anglickú verziu *Concepts and Objects*, ktorá vyšla roku 1998 v Helsinkách. Vo svojich prácach si v rámci transparentnej intenzionálnej logiky (TIL) P. Tichého rozpracoval pozoruhodnú teóriu, podľa ktorej pojmy sú abstraktné štruktúrované entity, svojou stavbou nápadne pripomínajúce logickú štruktúru výrazov, ktorými ich vyjadrujeme. Na exaktné vymedzenie týchto entít si použil Tichého teóriu konštrukcií rozvinutú v jeho monografii o Fregem [4].

Zo slovenskej diskusie o vývine pojmov asi vieš, že zo všetkých možných teórií pojmov som najviac stranil práve teórii, v ktorej sa pojmy explikujú ako isté štruktúrované entity (hoci nie všetky). Už v prvej stati [1] o vývinovej teórii pojmov som ako tretiu vyčlenil skupinu koncepcií, do ktorej by sme mohli zaradiť aj tvoju teóriu, a v trochu zaštrenej podobe som sa zmienil aj o koncepcii, podľa ktorej pojmy sú isté konštrukcie definované P. Tichým v sedemdesiatych rokoch.<sup>1</sup> Napriek jednoznačnému preferovaniu koncepcií, akou je napríklad tvoja, mám však isté nejasnosti a problémy, na ktoré som narazil aj pri štúdiu tvojich publikácií o pojmoch. Nemáš chuť podebatovať si o niektorých otázkach svojej teórie pojmov a trochu mi pomôcť vyrovnáť sa s niektorými ťažkosťami?

MATERNA, P.: Mne samozrejme lichotí, keď preferuješ mou koncepciu, takže si rád podebatuji.

CMOREJ, P.: Myslím, že najlepšie by bolo začať stručným výkladom, v ktorom by si čitateľom pripomenul niektoré vymedzenia, základné východiská a tézy svojej teórie pojmov.

MATERNA, P.: Dobře, tak já teď něco řeknu bez technických detailů, a bude-li třeba, doplním to během dalšího.

Tak tedy inspirace Tichým je dvojitá. Především se domnívám, že je třeba v logické analýze důsledně rozlišovat mezi empirickými a neempirickými pojmy. V tomto ohledu sdílím Tichého kritiku tzv. *Fregovy teze* ([5], 5, [6], 154), podle které

výraz označuje ne to, co je dáno jazykovou konvencí, nýbrž objekt, který této konvencí v daném stavu světa vyhovuje (což lze zjistit pouze empiricky). Proti Fregovi nebude tedy výraz *jitřenka* označovat Venuši a výraz *nejvyšší hora* Mount Everest, nýbrž oba výrazy budou označovat (*denotovat*) tzv. individuové role (Tichý: 'offices'), které soudobá sémantika zařazuje mezi *intenze*, tj. funkce z možných světů (a časů). V daných případech *jitřenka* označuje roli, kterou musí individuum hrát, aby bylo jitřenkou, a denotátem výrazu *nejvyšší hora* je role, kterou musí individuum hrát, aby bylo nejvyšší horou. Venuše a Mount Everest jsou hodnoty těchto funkcí-rolí v aktuálním světě a čase, nejsou to denotáty, nýbrž referenty těchto výrazů v aktuálním světě a čase. Denotáty (tj. ony role) budou v tomto případě skutečně vyhovovat Fregově představě, že denotát (jeho *Bedeutung*) je určen smyslem (nikoli smyslem + stavem světa).

Druhým podnětem byla myšlenka, že pojem by měl být jakousi *cestou* k denotátu a že by tedy měl být strukturovaný, nikoli množinový (jak říká americký logik Zalta, množiny nemohou nic vytvořit). Odtud je už jen krůček k tvrzení, že optimální explikace termínu *pojem* musí nějak souviset s Tichého konstrukcemi. V tomto druhém ohledu jsem byl (relativně nezávisle) inspirován studiem Bolzanova *Vědosloví* (Wissenschaftslehre, Sulzbach 1837), ale k tomu se jistě dostaneme během diskuse.

CMOREJ, P.: V obidvoch monografiách pojmy najprv explikuješ ako uzavretú konštrukcie (v zmysle P. Tichého určenom v jeho monografii [4]), ktoré nazývaš pojmiami\*, ale neskôr pojem definuješ ako istú triedu pojmov\* v prvom zmysle, ktorú si v anglickej monografii nahradil inou, intuitívne príbuznou funkciou, ku ktorej sa vrátim neskôr<sup>2</sup>. Mohol by si našim čitateľom objasniť, čo rozumieš pod pojmiami\* (s hviezdíčkou) a čo pod pojmiami v druhom zmysle?

MATERNA, P.: Když se čtenář, který nezná mé práce o pojmu, dozví náhle, že za pojem pokládám nejprve uzavřenou konstrukci a nakonec jakousi třídu takových konstrukcí, bude mít patrně dojem, že se tady dohadujeme o jakési ezoterické kategorie, které nemohou nijak souviset s tím, co "obyčejný filozof" pokládá za pojem. Zkusím na tvou otázku odpovědět trochu od začátku.

Už jsem řekl, že jsem dospěl k názoru, že pojem by měl být strukturovaný, že by měl být jakousi 'cestou' k objektu. Poněkud určitější představu získáme, když budeme pojem chápat jako *abstraktní proceduru*. Jde o proceduru, protože obsahuje určité 'intelektuální kroky', ale o *abstraktní* proceduru, protože není totožná s časoprostorovým provedením. V tom případě Tichého konstrukce, inspirované  $\lambda$ -kalkulem, jsou ideálním kandidátem na logickou reprezentaci těchto procedur. Tak pojem SUDÉ PRVOČÍSLO lze chápat jako konstrukci

$$[{}^0\iota\lambda x [{}^0\wedge [{}^0Sx] [{}^0Px]]],$$

tj. *to jediné číslo, které je sudé a prvočíslo*, kde jednotlivé kroky jsou definitoricky dány uplatněním funkce (která jednoprvkové množině přiřadí její prvek a na ostatních množinách je nedefinovaná) na třídu těch čísel, která jsou sudá a zároveň ( $\wedge$ ) prvočísla. Na rozdíl od výsledku, kterým je prostě číslo 2, obsahuje procedura daná uvedenou konstrukcí jednotlivé kroky. Všimněme si ovšem, že ke stejnému objektu, tj. zde k číslu 2, vede nekonečně mnoho cest, např. cesta daná konstrukcí

$$[{}^0+ {}^01 {}^01],$$

kde funkce + je aplikována na dvojici čísel 1 a 1. S uvedenými dvěma konstrukcemi čísla 2 jsou pro mne spojeny dva *různé* pojmy. (To jsou ty 'pojmy s hvězdičkou', pojmy\*.) Na druhé straně kdybych v té první konstrukci nahradil všechny výskyty proměnné  $x$  třebaš proměnnou  $y$  (se stejným oborem proměnnosti), vznikla by jiná konstrukce, ale bylo by neintuitivní říkat, že tato konstrukce odpovídá jinému pojmu: ta abstraktní procedura, jakou je podle mne pojem, není natolik 'jemná', aby byla závislá např. na tom, jaké vázané proměnné obsahuje. Že jde o týž pojem, je rovněž patrné z toho, že jazyk (přirozený) nemá možnost, jak by takové dva pojmy odlišil. V prvním případě, kdy šlo o dvě uvedené konstrukce, čeština (a jakýkoli jazyk) má dva výrazy: *sudé prvočíslo* a *součet 1 a 1*. Situace po naznačeném nahrazení proměnných je přirozeným jazykem nepostizitelná (a dobře tak, protože jinak by se přirozený jazyk stal nekonečně složitým).

Definoval jsem takové relace mezi konstrukcemi, které nemění příslušnost konstrukce k pojmu. (V české knížce je chybně uvedena tzv.  $\gamma$ -ekvivalence.). Pojmem jsem pak nazval ekvivalenční třídu takto svázaných konstrukcí.

CMOREJ, P.: Ktorá z týchto dvoch explikácií je tá pravá? V prvej zo svojich knižiek o pojmoch na s. 80 píšeš, že pojmy\* nemožno stotožniť s pojмами, z čoho by mohol čitateľ usúdiť, že prvá explikácia je len predbežná a že podľa tvojej teórie pojem je istá trieda pojmov\*. Na druhej strane pojmy často charakterizuješ ako štruktúrované entity, ktoré identifikujú nejaké objekty, hoci dobre vieš, že triedy nie sú konštrukcie a že nič neidentifikujú (to všetko konštatuješ aj v poslednom odseku svojej druhej repliky), čo platí aj o funkcii zavedenej v [3] namiesto tried pojmov\*. Tieto konštatácie vzbudzujú dojem, že adekvátnejší explikát poskytuje prvá explikácia. Čo si má z toho čitateľ vybrať?

MATERNA, P.: Ta otázka je veľmi na místě. Snažím se tento konflikt vysvětlit v anglické knize. Tak především ta množina generovaná uzavřenou konstrukcí (pojmem\*) a definovaná právě jako pojem ("bez hvězdičky") je velice specifická. Její typ pro řád  $n$  je ( $o^*_n$ ) - je to množina konstrukcí - ale na rozdíl od jiných objektů téhož typu je jednoznačně dána kterýmkoli svým prvkem. Dále: všechny její prvky konstruují jeden a týž objekt. Všechny obsahují jako podkonstrukce vedle proměnných stejné pojmy\*. Důsledek je následující: kdykoli nějaký pojem *použijeme*, je úplně lhostejné, který z jeho prvků se objeví v příslušné analýze. Pojem jakožto celou

ekvivalenční třídu potřebujeme jen tehdy, když jej *zmiňujeme*, tj. když o něm mluvíme. Pak nejde o to, co daný pojem identifikuje (jako při užití pojmu, kdy využijeme faktu, že každý prvek pojmu konstruuje jeden a týž objekt), nýbrž o pojem jako celek, a ten je neutrální vůči proměnným. V tom případě, tj. když *zmiňujeme pojem C*, *užijeme pojem pojmu C*, tj. jakoukoli konstrukci-pojem\*, která je prvkem tohoto pojmu pojmu. Ve svých knížkách uvádím příklady jako *Některé kočky jsou divoké*, kde v pojmu příslušné propozice se objeví jakákoli konstrukce generující pojem KOČKA, a naproti tomu *Pojem KOČKA je obecný*, kde pojem KOČKA je zmiňován a kde se v příslušné konstrukci objeví konstrukce pojmu KOČKA. Bude-li tě to zajímat, mohu ukázat, že jde o zajímavou analogii (i když na úplně jiném základě) Fregova tvrzení, že je-li 'pojmové slovo' (Begriffswort) v pozici subjektu věty, pak už neoznačuje pojem, nýbrž objekt.

CMOREJ, P.: Mohol by si tú analógiu rozvíesť?

MATERNA, P.: Frege pokládá pojmy za funkce, v podstatě jde o charakteristické funkce tříd. Protože funkce jsou pro něho 'nenасыcené', tj. teprve dohromady s argumentem dávají samostatný celek, jsou i pojmy nenасыcené, tj. dávají celek (v daném případě 'myšlenku' jakožto smysl věty) pouze dohromady s argumentem, tj. s objektem, který provede toto насыcení. Tomu v německé (ale i v mnohé jiné) gramatice odpovídá postavení 'pojmového slova' (Begriffswort) v pozici predikátu a насыcujícího objektu (reprezentovaného jménem) v pozici subjektu věty. Ocitne-li se 'pojmové slovo' v pozici subjektu, nemůže být насыceno a ztrácí tedy roli pojmového slova, stává se jménem objektu. Proto paradoxní hříčka *Pojem koně není pojem*.

Nepřijímám množinovou, v podstatě tradiční Fregovu teorii pojmu, ale jistá analogie v daném případě platí. To 'subjektové postavení' pojmového slova znamená, že daný pojem neužíváme, nýbrž zmiňujeme: mluvíme o něm. V mém pojetí to vyžaduje, aby zmiňovaný pojem nebyl reprezentován libovolnou konstrukcí, která je jeho prvkem, nýbrž musí být zkonstruován jakožto množina všech konstrukcí, které jsou prvkem tohoto pojmu. Tím ovšem dostávám množinu konstrukcí (typ (o\*)<sub>n</sub>), což je opět množinový objekt. Čili když o pojmu mluví (třeba říkám, že ten dotyčný pojem je obecný), tak vlastně konstruuji množinu konstrukcí, a tedy (sice specifický, ale přece) množinový, tj. nestrukturovaný objekt. Na druhé straně tento objekt je ovšem konstruován díky *užití* pojmu vyššího řádu, tj. pojmu daného pojmu. Takže stejně musíme vždycky nějaké pojmy *užít*, a kdykoli pojem užijeme, jde o konstrukce, a tedy o nemnožinový objekt.

CMOREJ, P.: Tvrdenie "Nepřijímám množinovou ... teorii pojmu" znie z úst logika, ktorý pokládá pojmy za isté množiny, trochu výstredne (alebo pod množinou rozumieš niečo iné ako triedu?), ale myslím, že ti rozumiem, žiaľ, nie som si istý, či aj zvyšku odseku, v ktorom sa toto tvrdenie nachádza. Domnieval som sa, že analógia medzi Fregeho a твоjím tvrdením o pojmovom *slove* spočíva najmä v tom, že pojem

ako množina pojmov\* je objekt (nie konštrukcia) a že podľa tvojej koncepcie "pojmové slovo" označuje tento objekt. Ty vo svojej predchádzajúcej replike o označovaní nič nehovoriš a neviem, či pod ním rozumieš označovanie zavedené v prvej knižke o pojmoch ([2], 86) alebo denotáciu z monografie [3]. Podľa prvého chápania toto slovo neoznačuje množinu pojmov\*, ale iba konštrukciu, ktorá túto množinu konštruuje, čo avizovanú analógiu trochu oslabuje. Nezdá sa mi to však také dôležité, že by sme sa tým museli ďalej zaoberať. Chceš k tomu ešte niečo dodať?

MATERNA, P.: Pripouštím, že nejen zde, nýbrž i v jiných bodech je směrodatná anglická kniha. Jakýkoli pojem řádu  $n$  je typu  $((o^*_n)^*_n)$ , resp. pojem generovaný pojmem\* C je typu  $(o^*_n)$ . Výraz vyjadřující pojem chápu však jako výraz označující objekt identifikovaný tímto pojmem. Tvá připomínka ukazuje ovšem, že mé formulace nejsou vždy úplně přesné a že nemohu spoléhat na důsledky čtení "dalšího textu".

CMOREJ, P.: Rád by som sa vrátil k tvojmu chápaniu pojmov (bez hviezdičky). Ako si už naznačil, pojem definuješ ako triedu všetkých pojmov\*, ktoré sú kváziidentické, pričom pod kváziidentitou rozumieš binárnu ekvivalenčnú reláciu, ktorou sa tu nemôžeme podrobnejšie zaoberať. Dôležité však je, že každý pojem\* určuje (generuje) presne jednu množinu pojmov\*, ktoré sú s ním kváziidentické. V úvahách o vzťahu označenia medzi jazykovými výrazmi a konštrukciami však píšeš, že "jazykový výraz označuje konštrukciu, ktorá je prvým (tj. "nejjednoduchším") prvkom pojmu, ktorý je touto konštrukciou generovaný" ([2], 86). Pojmom je v tomto prípade *usporiadaná množina*, ktorá nie je (resp. nemusí byť) určená pojmom\* jednoznačne, lebo viacprvkovú množinu možno usporiadať viacerými spôsobmi. V množine pojmov\* nemusí totiž existovať "najjednoduchší" prvok, lebo tú istú štruktúru a zloženosť môže mať viacej pojmov\*. Z toho mi vychodí, že v sémantike pracuješ s pojmom pojmu, ktorý je *usporiadanou* množinou pojmov\*, ale vo svojej definícii pojmu sa o usporiadaní nezmieňuješ. Navyše čo znamená usporiadaná trieda v tomto prípade? Nemala by to byť funkcia, ktorá ordinálnym číslam priraduje objekty určitého typu? Ak áno, tak to nebude ani trieda v zmysle definovanom v [2] na s. 84, ani funkcia, ktorú vymedzuješ v [3] na s. 97. Musím však dodať, že v anglickej monografii som uvedený pojem označenia nenašiel.

MATERNA, P.: Myslím si, že je skutečně možné změnit terminologické konvence, aniž se změní logické důsledky. Místo té 'anglické verze' bychom se mohli dohodnout (jako v 'české verzi'), že pojmový výraz vyjadřuje nejjednodušší konstrukci z množiny typu  $(o^*_n)$ , kterou bychom nenazvali pojmem. Co je nejjednodušší konstrukce, lze jednoznačně určit: v případě jednoduchých pojmů je to jednoduchý pojem (tvaru "X), u jednoduchých pojmů (např.

$$\{\lambda x_1 x_2 [{}^0]x_2 x_1, \dots\}$$

lze určit alfabeticky první konstrukci.

CMOREJ, P.: Pri čítaní tvojej českej knižky o pojmoch ma zarazilo, že triedy a funkcie si z množiny pojmov exkomunikoval, ale sám si pojmy vymedzil ako isté *triedy*. V anglickej publikácii na túto výhradu reaguješ tým, že 1) prvkami pojmu sú konštrukcie. 2) že každý pojem je jednoznačne určený ľubovoľným svojím prvkom a že 3) *každú* vlastnosť pojmu môžeme “compute” (vypočítať, odvodiť?) z vlastností jeho prvkov.

Prvý bod sa mi nezdá celkom presvedčivý, lebo to isté možno povedať o každej neprázdnej podmnožine pojmov\* ľubovoľného pojmu. S posledným bodom nemôžem zasa súhlasiť, lebo pojem (množina) má mnoho vlastností, ktoré jeho prvky nemajú ani neurčujú (napr. má istú mohutnosť, je podmnožinou alebo nadmnožinou mnohých iných množín a pod.).

Medzi pojmmami\* a ich množinami existujú nezanedbateľné intuitívne rozdiely, na ktoré by sme v našom dialógu nemali zabudnúť.

MATERNA, P.: Body 1) a 2) tvoří celek, tím odpadá Tvoje první námitka. Pokud jde o ‘vypočitatelnost’ vlastností pojmu z vlastností pojmu\*, máš jistě pravdu, a formulaci je třeba zpřesnit: ty vlastnosti pojmu, které jsou vlastnostmi celé množiny pojmu\*, nejsou z hlediska teorie pojmu důležité.

CMOREJ, P.: S tvojou definíciou pojmu v anglickej monografii ([3], 97, Definition 25) mám nasledujúci problém. Pojem (rádu  $n$ ) tam definuješ ako funkciu, ktorú konštruuje konštrukcia  $\lambda c \lambda d [{}^0\text{Quid}^n c d]$ , pričom  $c$  a  $d$  sú premenné s oborom premennosti obsahujúcim konštrukcie rádu  $n$ . Uvedená konštrukcia konštruuje *presne jeden* objekt rádu  $n$  - funkciu, ktorá konštrukciám priradzuje triedy konštrukcií (otvoreným konštrukciám prázdnu triedu a každej uzavretej konštrukcii triedu všetkých konštrukcií, ktoré sú s ňou kváziidentické). Mám tomu rozumieť tak, že existuje iba jeden pojem rádu  $n$ ? To si mal sotva na mysli (svedčí o tom i ďalší text). Alebo ide o definíciu pojmu POJEM, pod ktorý spadajú jednotlivé pojmy - triedy kváziidentických pojmov\*? Ak áno, tak sa mi nepozdáva typ funkcie, ktorú konštruuje konštrukcia  $\lambda c \lambda d [{}^0\text{Quid}^n c d]$ . Jej typ je totiž  $(*)^*$ , hoci sa mi zdá, že by to mala byť funkcia typu  $o(o^*_n)$ .

MATERNA, P.: Máš pravdu. Běžně mluvím o pojmech jako o množinách kváziidentických pojmu\*, ale moje definice v anglické knize definuje Pojem řádu  $n$  jako funkci danou tou konstrukcí. Samozřejmě je pak Pojem řádu  $n$  typu  $((o^*_n)^*_n)$ , pojem (řádu  $n$ ) jako hodnota této funkce na daném argumentu (tj. na daném pojmu\*) je ovšem typu  $(o^*_n)$ . Tomuto - uznávám - galimatyáši jsem se mohl vyhnout, kdybych byl býval tu funkci z konstrukcí do množin konstrukcí nazval třebaš *Generátor pojmu řádu  $n$* . Pro každé  $n$  a každou konstrukci řádu  $n$  by tento generátor produkoval onu množinu kváziidentických konstrukcí, tj. pojem v tom smyslu, v jakém jej chápu. Idea přechodu od pojmu\* k pojmu je tato: Protože přijímám filozofii, kterou by patrně schválil Bolzano, že totiž pojem je abstraktní procedura identifikující objekty,

ztotožnil jsem nejprve abstraktní procedury s konstrukcemi. Ukazuje se však, že konstrukce jsou příliš 'jemné': jestliže se např. dvě konstrukce liší jen  $\lambda$ -vázanými proměnnými, říká mi má intuice, že nejde o *dvě* procedury, nýbrž o jednu. (Přirozený jazyk mi dává za pravdu, protože nerozliší takové dvě konstrukce.) Vytvořil jsem tedy ten generátor (a obdařil zavádějícím názvem) a pro každou uzavřenou konstrukci jsem dostal jednoznačně určitou množinu konstrukcí, které se sice liší, ale které reprezentují stejnou abstraktní proceduru.

CMOREJ, P.: Označení "generátor pojmov rádu  $n$ " je ovel'a výstižnější, ale za generátory pojmov pokládáš aj uzavreté konštrukcie, teda entity typu  $*_n$ , ktoré by bolo treba terminologicky odlišiť od funkcií typu  $((o*_n)*_n)$ , ale to nie je problém, pri ktorom by sme sa museli zdržiavať. Nemôžeš však poprieť, že ku každému  $n$  existuje aj jedna funkcia typu  $o(o*_n)$ , ktorá pojmom - určitým množinám kváziidentických pojmov\* - priradzuje pravdivostnú hodnotu pravda a ostatným množinám typu  $(o*_n)$  hodnotu nepravda. Táto funkcia je vlastne trieda *všetkých* pojmov rádu  $n$ . V prirodzenom jazyku by sme ju mohli označiť predikátom "byť pojmom (rádu  $n$ )". Máme teda pojmy\*, pojmy typu  $(o*_n)$ , ich generátor typu  $((o*_n)*_n)$  a spomenutú triedu pojmov (jeden generátor a jednu triedu pre každý rád  $n$ ). Pokladáš tieto triedy a generátory uvedeného typu tiež za pojmy? Zdá sa, že podľa definície 25 ([3], 97) by generátory pojmov mali byť akýmisi pojмами pojmov rádu  $n$ , nie som si však istý, či toto stanovisko naozaj zastávaš. Ak áno, tak nevidím dôvod, prečo by sme za pojem nemohli pokladať aj triedu všetkých pojmov rádu  $n$ , teda pojem byť pojmom rádu  $n$ .

Napokon ešte jedna drobnosť. Tvoje generátory pojmov priradzujú otvoreným konštrukciám prázdne triedy konštrukcií. Keďže ide o generátory *pojmov*, neviem, či pojмами nie sú aj tieto triedy. Pôvodne som ich za pojmy - v zmysle tvojej koncepcie - nepokladal.

MATERNA, P.: Souhlasím s tvou analýzou, pokud jde o to, že objekt typu  $(o(o*_n))$  je pro každé  $n$  třída pojmu řádu  $n$ . Avšak nazvat tuto třídu opět pojmem bych nemohl. Dost na tom, že každý pojem je chápán jako třída pojmu\*, což musím stále zdůvodňovat, ale další třída, shora uvedeného typu, by takovou motivaci už nemohla dostat. Je to prostě třída pojmu, ne pojem pojmu. Něco jiného by byla *konstrukce této třídy*, to by opět byl pojem\*, který by generoval ten pojem pojmu řádu  $n$ . Objekt identifikovaný tímto pojmem by byla právě ta třída pojmu řádu  $n$ , ale to už není pojem.

Pokud jde o tvé pochybnosti ohledně toho, že otevřené konstrukce jako vstup do generátoru pojmu dávají prázdnu třídu, to jen potvrzuje, že má definice je de facto definicí ne pojmu, nýbrž generátoru pojmu. Pak ovšem není nic divného na tom, že generátor pojmu řádu  $n$  přiřazuje otevřeným konstrukcím *prázdnu třídu pojmu* (ale tato třída není ovšem pojem).

CMOREJ, P.: Keďže podľa tvojej teórie pojmy sú buď isté konštrukcie v zmysle Tichého TIL-ky, alebo triedy obsahujúce všetky uzavreté kváziidentické konštrukcie,

nijaké iné objekty nie sú pojmy. Teda pojmiami nie sú ani iné triedy kváziidentických pojmov\* (napr. tie, ktoré sú *pravými* podtriedami tvojich pojmov), ani ostatné triedy a funkcie, ani typy objektov v TIL-ke. Tvoje pojmy úplne absentujú v zermelovskej teórii množín, a teda aj v tej časti matematiky, ktorá sa dá vybudovať na jej základoch. To platí aj o iných matematických disciplínach a o všetkých odboroch, ktorým v ich pojmovom aparáte chýbajú Tichého konštrukcie. V tejto súvislosti sa vynára otázka adekvátnosti tvojej teórie, pretože keby sme tvoju explikáciu pojmov vzali doslova, museli by sme uprieť pojmový aparát drvivej väčšine vedných disciplín. To zrejme nebol tvoj úmysel. Ako by si sa vyrovnal s prípadnou výhradou, že tvoja teória pojmov nezahrnula medzi ne spomenuté typy, množiny, funkcie, ba ani vlastnosti a vzťahy, a teda, že nie je adekvátna?

MATERNA, P.: Myslím, že pomerně vyčerpávající odpověď na tuto otázku najdeš v Tichého práci *Constructions as the Subject Matter of Mathematics* (viz český překlad [7]). Ono to tak vypadá, že matematika je o číslech, množinách, funkcích atd., tedy o množinových objektech, ale jak právě v tom svém příspěvku (na mezinárodní konferenci o Základech matematiky (Foundational Debate)) ukazuje Tichý, matematika začíná tam, kde se ty 'stavební kameny' jako množiny, funkce apod. 'dávají dohromady', kde se zkrátka 'počítá' v tom nejširším smyslu. Taková funkce (jakožto zobrazení) na jedné straně a argument na druhé straně, to přece není matematika, ta začne tehdy, když se např. ta funkce aplikuje na ten argument, právě tak když se např. definují rekurzivní funkce, jde přece o určité dobře definované operace, které lze rovněž chápat jako abstraktní procedury, a tedy jako pojmy v mém smyslu. Budu proto naopak tvrdit, že zatímco empirické vědy používají pojmy, aby se něco dověděly o realitě, je matematika vědou zkoumající právě pojmy samy, jejich vzájemné vztahy.

Ještě z jiné strany. Každá matematická disciplína pracuje s určitým jazykem. Tento jazyk dobře známe - jsou to termy a formule, to, co lidé obvykle nazývají "vzorečky". Každý takový výraz má dvě stránky: jednak něco *označuje* (funktory označují funkce, uzavřené formule označují - viz Church - pravdivostní hodnoty atd.), jednak *vyjadřuje* to, co měl Frege na mysli, když zavedl pojem *smyslu*. A ten smysl těchto výrazů nemůže být nic jiného než abstraktní procedura. To postřehl dobře francouzský informatik Girard, když prohlásil (v knize *Proofs and Types*), že odvolávat se např. na výsledek výpočtu jako na jedinou sémantiku příslušného výrazu nestačí, že to podstatné je právě to, co Girard explicitně spojuje s Fregovým smyslem (on pak chápe tento smysl jako výpočet sám (*calculation*)).

CMOREJ, P.: Nemyslím si, že by spomenutý Tichého článok dával primeranú odpoveď na moju otázku. Navyše sa mi nezdá, že by z neho vyplýval záver, že množiny, funkcie, vlastnosti, vzťahy a podobné entity nie sú pojmy. Tichý síce charakterizuje matematiku ako štúdium komplexov, čiže konštrukcií, aby zdôraznil ich nedocenený význam pre skúmanie matematiky, ale netvrdí, že matematika "začína tam, ..., kde se množiny, funkce apod. dávají dohromady". A keby to aj tvrdil, nemohol by som s ním súhlasiť už z toho jednoduchého dôvodu, že ak chceme porozumieť



konštrukcii, prípadne vypočítať, čo vlastne konštruuje, musíme niečo vedieť o jej zložkách. Ako by si vypočítal, čo konštruuje konštrukcia  ${}^0\sin {}^090$ , keby si nič nevedel o funkcii  $\sin$  a číisle 90? Keby matematika bola *čirým* štúdiom konštrukcií, musela by existovať disciplína, ktorá by sa zaoberala skúmaním “stavebných kameňov” matematických konštrukcií. Pokiaľ viem, týmto skúmaním sa zaoberá matematika. Bez istého poznania týchto kameňov sa teória konštrukcií zmení na konceptuálnu schému, ktorú môžeš interpretovať tými najrozmanitejšími spôsobmi. Sám Tichý v spomenutej štúdií charakterizuje svoju koncepciu ako “přístup, podle něhož jsou základem funkce, a komplexy jsou identifikovány jako konstrukce”, čo podľa neho “zaplnjuje veškeré ontologické mezery russellovského pojetí”. Preto sa nazdávam, že jeho charakteristiku matematiky ako štúdia komplexov by sme nemali chápať ako charakteristiku vedy, ktorá sa zaoberá *iba* komplexmi.

Ani ja netvrdím, že “taková funkce (jakožto zobrazení) na jedné straně a argument na druhé straně” je matematika, ale ňou ešte nie je ani aplikácia funkcie na argument, a ak sa ti zdá, že matematika začína až tou aplikáciou a inými spôsobmi budovania konštrukcií, tak mi povedz, ktorá disciplína ti poskytne poznatky, na základe ktorých budeš vedieť, čo “taková funkce” danému argumentu priraduje, resp. aký objekt daná konštrukcia konštruuje? So zreteľom na to nemôžem súhlasiť s tvojím tvrdením, že matematika je veda, ktorá skúma “práve pojmy samy” v *tvojom zmysle*, teda *iba* konštrukcie, niektoré množiny konštrukcií a ich vzájomné vzťahy. V tejto súvislosti sa vynára aj problém pojmovosti týchto vzťahov. Keďže tieto vzťahy sú vlastne relácie medzi pojmami\* alebo ich množinami, prípadne medzi pojmami\* a pojmami, nie sú to pojmy v tvojom zmysle. Teda tvojich pojmov a ich vzťahov sa tu zmočuujeme pomocou entít, ktoré nie sú pojmy.

Za zmienku stojí aj fakt, že v ontológii pozoruhodnej väčšiny matematických teórií konštrukcie chýbajú, hoci intuitívne sa s nimi pracuje. Niet ich dokonca ani v ontológii Tichého sémantiky, ktorú rozpracoval v sedemdesiatych rokoch. Zavedením konštrukcií do ich ontológie by sa niektoré skúmania nesmierne skomplikovali, takže teórie, ktoré s nimi explicitne nepracujú, majú tú výhodu, že sú jednoduchšie. Do oborov premennosti ich premenných patria *iba* jednoduché objekty: individua, ich množiny, funkcie a pod. Napríklad v ontológii niektorých verzii zermelovskej teórie množín sú len množiny. Môžeme však tvrdiť, že týmto teóriám chýba pojmový aparát? Pod tento názor sa zrejme nepodpíšeš, ale to najdôležitejšie, a to množiny, budeš musieť spomedzi pojmov vyradiť. Nepripadá ti to neintuitívne (tým skôr, že nekonečne veľa množín pojmov\* si do ríše pojmov predsa len prijal)?

MATERNA, P.: Je pochopiteľné, že každá teoretická disciplína musí vychádzať z určitých ‘stavebných kameňov’. Ta disciplína sama nemusí tu pojmovou výstavbu explicitne odhalovať formou logické analýzy, to provádí (môže provádzať) eventuálne teorie této disciplíny: tak matematik nemusí provádět explicitní logický rozbor své pojmové sítě, ten může zajímat spíše teorii zvanou *Základy (Foundations)*. Ostatně v matematice není tento problém tak žhavý, protože matematická notace je velice průhledným zaznamenáním příslušných konstrukcí. Tvé námitky vedou ovšem

k zajímavým netriviálním problémům. Vyjděme z toho, že každá teorie je jistý pokus pojmově obsáhnout určitou oblast. Každá teorie vychází tedy přirozeně z určitých 'primitivních pojmů', ať už je uvede, nebo jen intuitivně užívá. V mém pojetí jsou tyto primitivní pojmy ty, s nimiž teorie pracuje jako s pojmy *jednoduchými*, tj. majícími tvar "X, kde X je příslušný (abstraktní) objekt, jako je třeba množina přirozených čísel, hmotný bod, vlastnost být neuronem a pod. Všimni si, že i tyto jednoduché pojmy jsou *pojmy*. Teď ovšem tvoje námitka může být formulována následovně: v takové teorii sice užíváme pojmy, ale *to, o co nám jde*, už není pojem sám, nýbrž objekt, který je tím pojmem identifikován. A v matematice, právě tak jako v jiných disciplínách, jsou tím, o co nám jde, nepojmové entity, jako množiny, funkce apod. Pojmy, konstrukce pak jen slouží tomu, abychom o těchto entitách, které jsou vlastním předmětem zájmu, teoreticky pojednali.

Tato námitka vypadá velmi přesvědčivě. Dokonce jsem ji zformuloval ještě radikálněji než ty, neboť v mé formulaci by konstrukce nejen nebyly jediným předmětem matematiky, nýbrž dokonce by vůbec nebyly předmětem matematiky. Jak vidíš, snažím se co mohu, abych se s tvou pomocí vyvrátil.

Avšak věc není tak jednoduchá. Pojmy skutečně slouží k tomu, abychom vyčlenili objekty, o něž se z nějakých důvodů (v zájmu naší orientace ve světě) zajímáme. Jenže je zde zásadní rozdíl mezi výběrem objektů diktovaným naším zájmem o realitu (tj. o 'aktuální svět'), a výběrem objektů, které neslouží bezprostředně k našemu zájmu o realitu, nýbrž k tomu, abychom měli *nástroje* k tomuto zkoumání. Takže vybírá-li jakákoli empirická disciplína (od fyziky až po řekněme sociologii) určité objekty, aby je pojmově zpracovala, jde jí o intenze jakožto jakési dotazy kladené na realitu (viz [3], 65). Ne tak matematika. Nepojmové objekty určené matematickou disciplínou k pojmovému zpracování (čísla, funkce, množiny atd. atd.) jsou podkladem pro 'konstruování': kdyby matematika nebyla o konstrukcích, vůbec by takové objekty nevybírala.

Jestliže nyní např. fyzika aplikuje aparát dodaný matematikou, pak samozřejmě příslušné konstrukce užívá, ale nemůžeme proto fyziku chápat jako teorii konstrukcí. 'Čistá matematika' je však tady proto, aby ty konstrukce dodávala (srovn. známou esej Stanislava Lema, tuším ze *Summa technologiae*, o matematice jakožto šíleném krejčím). Proto je matematika o konstrukcích, a tedy v mém pojetí o pojmech.

CMOREJ, P.: Zrejme vieš, že pod tvoju formuláciu mojej námietky by som sa nepodpisal, lebo akceptujem názor, že matematika je veda, ktorá skúma *aj* konštrukcie (a Tichému patrí neodškriepiteľná zásluha, že na to dôrazne poukázal a navyše pojem konštrukcie exaktne vymedzil). Na rozdiel od teba si však myslím, že matematika skúma *aj* objekty, ktoré *nie sú* konštrukcie, teda entity, ktoré nepokladáš za pojmy. V tvojej replike nenachádzam odpoveď na otázku, ktorú som ti položil minule: "Ako by si vypočítal, čo konštruuje konštrukcia [ $\sin^90$ ], keby si nič nevedel o funkcii sin a číisle 90?" Mieril som, samozrejme, na všeobecnejší problém, ktorý možno formulovať takto: ako určíme, čo konštruuje nejaká konštrukcia K, keď nepoznáme vlastnosti jej najjednoduchších zložiek - objektov v tvojom zmysle, medzi ktoré si zaradil

napríklad individuá, možné svety, reálne čísla a nekonečné množstvo funkcií najrozmanitejších typov vrátane tried a relácií? Pritom predpokladám, že k ich vlastnostiam a vzťahom patria aj vlastnosti ako byť konštruovaný konštrukciou  $L$ , kde  $L$  je určitá konštrukcia, alebo vzťahy, akým je napríklad byť konštruovaný konštrukciou rádu  $n$  ..., typovo závislé od typu objektu. Napríklad číslo 3 je konštruované konštrukciou  $[^0+ ^02 ^01]$ , pričom *býť konštruovaný touto konštrukciou* je vlastnosť čísla 3 a *býť konštruovaný konštrukciou* ... je vzťah medzi číslami a konštrukciami, presnejšie, v prvom prípade ide o jednoprvkovú triedu obsahujúcu 3 a v druhom prípade o reláciu, ktorá dvojici (určité číslo, konštrukcia  $L$ ) priradí pravdu alebo nepravdu v závislosti od toho, či dané číslo je alebo nie je konštruované konštrukciou  $L$  (žiaľ, ani tieto triedy a relácie nie sú pojmy v tvojom zmysle).

Nezastávaš náhodou názor, že na objekty treba najprv aplikovať operáciu trivializácie a až potom skúmať ich vlastnosti a vzťahy medzi nimi?

MATERNA, P: Stále mám dojem, že jsem na tvé otázky odpověděl., ale tvé naléhání mě přesvědčuje, že tomu tak není. Problém je asi v tom, že když řeknu, že matematika je o konstrukcích, a tedy o pojmech, tak ty z toho usoudíš, že matematika podle mne nezkoumá nic jiného. Ale samozřejmě, už to, že musím zvolit nějaké základní pojmy (tj. trivializace výchozích objektů), znamená, že se těmito výchozími objekty nějak zabývá. Já jen zdůrazňuji jistý rozdíl mezi matematikou a empirickými disciplínami a teoriemi. Fyzikální teorie 'zkoumají' své výchozí objekty, aby (vhodným konstruováním, vhodnými odvozenými pojmy) získaly informace o chování světa. Matematické teorie 'zkoumají' své výchozí objekty, aby dodávaly svým možným 'zákazníkům' vhodné konstrukce, vhodné pojmy. Tento rozdíl můžeme stručně charakterizovat právě takovými formulacemi, jako že *předmětem matematiky jsou konstrukce* (Tichý), nebo že *matematika je o konstrukcích* (Tichý) nebo že *matematika je o pojmech* (já). Všimni si dále, že teoremy matematiky jsou samozřejmě 'nepojmové výsledky', ale týkají se vlastností a vztahů právě mezi jinými takovými výsledky, nebo mezi konstrukcemi/pojmy navzájem (např. tzv. 'formální důkazy') apod., což se jeví jako výsledky týkající se vlastností matematických objektů (Gödelovy 'pojmy' byly právě takovými vlastnostmi), kde za matematické objekty jsou pokládány výchozí objekty a objekty postupně zkonstruované. Pritom tyto výsledky mají význam pouze pro použití v konstrukcích: řekne-li nám např. biologická disciplína, že lidský orgán pro rovnováhu se nalézá v uchu, je to jistě informace o stavu světa, ale dozvíme-li se, jak vypočítat kořeny kvadratické rovnice, k čemu je to dobré? Jistě, řada výsledků, k nimž došly matematické disciplíny, je nerozlučně spojená s aplikacemi v empirických teoriích, ale ty tyto výsledky používají, aby mluvily o světě, samy příslušné konstrukce neobjevují, nýbrž přejímají. Pojem spojitě funkce je jistě významný pro fyziku, ale je to matematický, 'dodaný' pojem. (A řekneš-li, že množina spojitých funkcí není pojem, všimni si, jak krásnou konstrukci/pojem vyjadřuje definiens v definici spojitosti funkce.)

CMOREJ, P.: Možno som niečo prehliadol alebo nedomyslel, ale priamo si na moju otázku, ako určíme, čo konštruuje nejaká konštrukcia  $K$  (napr.  $[\sin^0 90]$ ), keď nepoznáme vlastnosti objektov, ktoré sa v nej vyskytujú, neodpovedal a na moju poslednú otázku si nereagoval ani nepriamo. Musím ti tiež pripomenúť, že pôvodne si tvrdil nielen to, že “matematika je o konštrukciách”, ale aj to, že “ono to tak *vypadá*, že matematika je o číslach, množinách, funkciách atd.” (kurziva - P.C.), z čoho som usúdil, že môj názor na predmet matematiky pokladáš za chybný a že podľa teba matematika sa nezaobera skúmaním týchto entít. Nechajme toto nedorozumenie bokom a vráťme sa k tvojej teórii pojmov.

Na mnohých miestach svojich prác pojmy (presnejšie, pojmy\*) charakterizuješ ako identifikačné procedúry, ktoré explikuješ ako Tichého konštrukcie. Veľmi významnú rolu v твоjich úvahách zohráva jeho trivializácia. Je to veľmi zaujímavá konštrukcia, ktorá sa mi napriek svojej triviálnosti zdá trochu záhadná, ak nie priam mystická. Nie je mi jasný najmä jej identifikačný a epistemologický aspekt. Sama osebe, ako abstraktná operácia, resp. návod, je naozaj triviálna: je to návod, ktorý vykonáme tak, že vyčleníme či vyberieme ľubovoľnú entitu  $X$  (objekt alebo konštrukciu) a necháme ju takú, aká je. Čitateľom, ktorí Tichého nečítali, by sme mali prezradiť, že trivializáciu aplikovanú na entitu  $X$  Tichý označuje výrazom “ ${}^0X$ ”. (V istom zmysle  ${}^0$  je identická funkcia, ktorá každej entite  $X$  priradí  $X$ . Nie je to však funkcia, ktorá patrí do ontológie Tichého entít, pretože nie je typovo určená: je aplikovateľná na objekty a konštrukcie ľubovoľného typu.) Nechápem, v čom spočíva identifikačný aspekt trivializácie. Ak nevieme, čo je  $X$ , nedozvieme sa to ani po aplikácii trivializácie, pretože tá nám o  $X$  nič neprezradí: budeme o  $X$  vedieť len to, čo sme vedeli už pred trivializáciou. Keď ti poviem iba to, že  $X$  je individuum alebo nejaká funkcia či konštrukcia, po vykonaní trivializácie “ $X$  nebudeš o nič múdrejší. Možno povieš, že v takom prípade nebudeš môcť trivializáciu vykonať, čím vlastne priznáš, že  $X$  musíme najprv identifikovať a až potom na ňom vykonať trivializáciu. Ak identifikácia tu spočíva iba vo vyčlenení či výbere entity  $X$ , tak trivializáciu na to nepotrebuješ, pretože výber musíš urobiť už pred ňou. Končím poznámkou, že si uvedomujem výhody trivializácie v systéme, ktorý pracuje s konštrukciami, mám však pochybnosti o jej identifikačnom charaktere. Predpokladám však, že mi pomôžeš zbaviť sa ich.

MATERNA, P.: Vráťme se tedy ještě k té otázce, jak určíme, co konstruuje nějaká konstrukce, když neznáme vlastnosti objektů, “které se v ní vyskytují”. *Opakuji*: bez znalosti těch příslušných objektů nemůžeme nic konstruovat, to už jsem zdůraznil, proto se naše analýza musí nutně zastavit u těch výchozích objektů. *Ty výchozí objekty musíme znát tím způsobem, že jejich identifikaci nepotřebujeme žádné další pojmy*. V tom se snad shodneme, ne? Až na to, že ty bys řekl “...nepotřebujeme žádné pojmy”. Formulaci “žádné další pojmy” chápej tak, že znalost těch objektů je dána *bezprostředně*, a tato bezprostřednost je v mé teorii pojmu dána právě trivializací. Tím zároveň odpovídám na tvůj hlavní dotaz. “Čistě logická” motivace zavedení trivializace byla dána tím, že konstrukce jsou definovány tak, že nemohou

obsahovat nekonstrukce. Epistemologickou paralelu můžeme vidět v tom, že pro každý objekt platí, že ho nemůžeme nosit v hlavě, nýbrž že v hlavě můžeme mít jen jeho 'pojmovou reprezentaci'. Máš pravdu, "po vykonání trivializace "X nebudeš o nic moudřejší", ale já ani nechci být, mně stačí, že znám objekt X. Nic jiného trivializace nezpůsobuje. Je to prostředek, jak teoreticky zachytit tuto intuici, prostředek, který nejen neškodí, nýbrž ukáže navíc svou nepostradatelnost v kontextu týkajícím se vztahu ke konstrukcím, jak sám uznáváš.

Tím jsem, doufám, zodpověděl i tvou poslední otázku z předposlední repliky.

CMOREJ, P.: Nevím, či si rozumíme. V tvojej replike nenachádzam odpoveď na moje pochybnosti o *identifikačnej* povahe trivializácie. Mám dojem, že pod identifikáciou rozumie každý z nás niečo iné. Pokúsme sa trochu objasniť naše chápania tohto pojmu. Domnievam sa, že identifikovať môžeme buď a) objekt, ktorý už máme, a identifikovať ho znamená nájsť jeho jednoznačnú charakteristiku (prípadne konštrukciu), ktorá spĺňa isté podmienky dané rôznymi faktormi, od ktorých tu môžeme abstrahovať, alebo b) objekt, ktorý je vyčlenený iba do istej miery, teda len čiastočne, napríklad istým opisom alebo konštrukciou, a identifikovať ho v tomto prípade znamená zistiť, ktorý objekt zodpovedá danému opisu alebo je výsledkom realizácie danej konštrukcie. Keď polícia nájde mŕtvolu neznámeho človeka, úlohou identifikácie je zistiť, kto to je, teda nájsť primeranú charakteristiku nájdenej mŕtvy. Ak sa zistí, že nájdený človek bol zavraždený, treba identifikovať jeho vraha, teda nájsť osobu zodpovedajúcu opisu typu "vrah tej a tej osoby".

Pri trivializácii identifikujeme spôsobom a) - procedúru trivializácie aplikujeme na daný objekt a získame len to, čo už máme. Policajt identifikujúci nájdenú mŕtvolu sa trivializáciou nepohne vo vyšetrovaní ani o krôčik ďalej. Keď trivializáciu aplikuješ na nejakú zložitú konštrukciu, teda keď chceš vykonať procedúru <sup>0</sup>K, najprv musíš identifikovať K a až potom budeš vedieť, čo táto trivializácia konštruje. Trivializácia sama osebe tí tu pri identifikácii vôbec nepomôže: ak neodlíšiš K od iných konštrukcií pred realizáciou trivializácie, nerozoznáš ju od ostatných konštrukcií ani po nej. Preto si myslím, že trivializácia nie je identifikačná procedúra, ale procedúra, ktorá identifikáciu predpokladá. Alebo sa domnievaš, že po vykonaní trivializácie *spoznáš* objekt, na ktorý si ju aplikoval? K problému *bezprostrednej* znalosti objektov danej trivializáciou sa vrátim pri inej príležitosti.

Neporozumel som tvojej konštatácii, "že konstrukce jsou definovány tak, že nemohou obsahovat nekonstrukce". Ved' každá trivializácia <sup>0</sup>O, v ktorej O je nejaký objekt, obsahuje *nekonštrukciu* O. Z objektov sa predsa skladá nekonečne veľa aplikácií funkcií na objekty a nekonečne veľa  $\lambda$ -abstrakcií.

MATERNA, P.: Ano, trivializace je 'identifikace' v tvém smyslu a). Nejde o to, že bych *napřed* měl provést trivializaci a *potom* ten objekt 'poznat'. Prostě konstatuji, je tu takový a takový objekt, mohu s ním nadále pracovat. Všimni si rozdílu: když řeknu, že 2 + 3 je liché číslo, pak to, co mě zajímá, o čem tvrdím lichost, je to, co konstruuje konstrukce [<sup>0</sup>+ "2 "3]. Ta bude proto netrivializovaná. Když však řeknu, že

Karel počítá  $2 + 3$ , jde o Karlův vztah ke konstrukci samé, což se projeví v tom, že příslušná analýza musí konstrukci [ $^0 + ^0_2 \ ^0_3$ ] trivializovat.

Pokud jde o to, že konstrukce nemohou obsahovat nekonstrukce, máš pravdu, toto je nepřesné: ovšem jedinou výjimkou je právě trivializace, která z objektů 'vyrobí' konstrukce. Nemluvíš ovšem přesně, když říkáš, že z objektů se skládá nekonečně mnoho aplikací funkcí na objekty apod.: tzv. 'aplikaci funkce na objekt' nemohu reprezentovat jinak než konstrukcí, v níž objekt je reprezentován svou trivializací, tedy opět konstrukcí.

CMOREJ, P.: Máš pravdu, nevyjadril som sa najpresnejšie, pretože Tichý neaplikuje funkcie, ale ich konštrukcie a tie neaplikuje priamo na objekty, ale na konštrukcie objektov. Lenže v tom nevidím dôvod na konštatovanie, že konštrukcie nemôžu obsahovať nekonštrukcie, lebo najjednoduchšími stavebnými kameňmi všetkých konštrukcií sú premenné a objekty. Problém je pravdepodobne v tom, že naše chápania významu slova "obsahovať" sa trochu líšia. Tento detail je však pre náš dialóg bezvýznamný, a preto navrhujem, aby sme sa vrátili k trivializácii.

Nezdá sa mi, že by trivializácia bola identifikáciou v zmysle a); tu sa naše intuície zrejme rozchádzajú. Výsledkom identifikácie v tomto zmysle je totiž nejaká charakteristika alebo konštrukcia už daného objektu, ale realizáciou trivializácie nijakú charakteristiku *daného* objektu nezískaš, ani sa o ňom nič nové nedozvieš. Opakujem, že policajť identifikujúci nájdenú mŕtvolu bude po trivializácii presne tam, kde bol pred ňou. Nechajme však policajta s jeho mŕtvou na pokoji a prenesme sa do oblasti konštrukcií.

Nech K je ľubovoľná konštrukcia rádu  $n$ . Čo znamená identifikovať konštrukciu K? Aplikovať na ňu trivializáciu? Podľa teba zrejme áno. Načo však trivializovať K, keď vopred vieme, že trivializáciou *nič nové* nezískame? Identifikovať K podľa mňa znamená zistiť, či K je trivializácia, kompozícia (aplikácia) alebo uzáver ( $\lambda$ -abstrakcia), potom zistiť zloženie zložiek trivializácie, kompozície či uzáveru atď. až po jednoduché objekty a premenné. Inak povedané, identifikovať K znamená rozobrať K na najjednoduchšie zložky a zistiť, ako sú v K pospájané do zložitejších a zložitejších útvarov. Bez vykonania naznačeného rozboru konštrukcie K sotva budeme vedieť, o akú konštrukciu vlastne ide. Ty podľa všetkého predpokladáš, že trivializácia konštrukcie K je vlastne naznačený rozbor, s čím nemôžem súhlasiť. Z Tichého definície trivializácie, ktorý o nej napísal iba niekoľko riadkov, mi to nevyplýva. Je azda  $^0K$  návodom na spomenutý rozbor K? Ak áno, vyveď ma z omylu, do ktorého som upadol. Pritom nezabudni na Tichého, ktorý napísal, že "to carry  $^0X$  out, one starts with X and leaves it, so to speak, as it is" ([4], 63). Mám tomu rozumieť tak, že vykonať  $^0K$  znamená urobiť rozbor konštrukcie K a nechať ju tak, ako je?

Proti tvojmu (?) chápaniu trivializácie azda svedčí aj fakt, že výrazom tvaru "E" môžeme rozumieť iba vtedy, keď vieme, čo denotuje (v Tichého zmysle) výraz "E". Procedúru, ktorú opisuje návod " $^0E$ ", budeme môcť vykonať až po identifikácii entity, ktorú denotuje výraz "E". Až potom budeme môcť realizovať triviálnu procedúru, ktorá sa začína s E a necháva ho tak, ako je. Pred identifikáciou nebudeme vedieť, čo

trivializujeme. Keby som ťa písomne poprosil, aby si uskutočnil návod "4E", ale zabudol by som špecifikovať E, akú procedúru by si vykonal? Vedel by si, že máš niečo trivializovať, ale nevedel by si čo. Preto sa mi zdá, že realizácia procedúry 4E predpokladá identifikáciu entity E. Je možné, že zápis "4E" alebo Tichého charakteristika 4E ma mýli a že vo svojich úvahách o trivializácii a identifikácii sa pohybujem v bludnom kruhu. Ak áno, pomôž mi dostať sa z neho von.

MATERNA, P.: Opakuji, že s jedinou výjimkou trivializace konstrukce nemohou obsahovat nekonstrukce, nezapomeň, že i proměnné jsou konstrukce.

Trivializace je identifikací v tom smyslu, že k tomu, abychom konstatovali, že tu je objekt (nebo konstrukce), nepotřebujeme další konstrukce. Jde o logický prostředek, jehož epistemologickým protějškem je schopnost pracovat s daným objektem 'přímou', ne na základě 'definice'. Epistemologicky vzato, poznám-li kruh bez pomoci takových pojmů jako střed, poloměr, vzdálenost apod., mohu to logicky reprezentovat právě trivializací objektu *kruh*. Nic víc v tom nehledej. Je to jakýsi 'stop' v analýze, a požadavek finitnosti analýzy je přirozeně spjat s požadavkem nějaké takové zářezky. Je jiný problém, kde tu zářezku 'umístit' při konkrétní analýze. (Pro tento problém je relevantní pojem pojmového systému, definovaného v mých obou studiích o pojmu.)

Pokud jde o trivializaci konstrukce, je její zavedení téměř praktickou nutností (analýza propozičních aj. postojů). Vracím se k příkladu z mé poslední repliky. Je-li lichost čísla 5 'zprostředkována' konstrukcí [<sup>0</sup>+ <sup>0</sup>2 <sup>0</sup>3], pak to, co nás zajímá, je ne ta konstrukce jako objekt, o kterém se míníme bavit, nýbrž to, co ta konstrukce konstruuje. Jestliže na druhé straně analyzujeme tvrzení, že Karel počítá 2 + 3, pak objektem Karlovy činnosti není to, co je konstruováno (on 'nepočítá 5'), nýbrž konstrukce sama, a tedy musí být brána jako celek, bez ohledu na to, co konstruuje. Proto v tomto případě bude trivializována. Nedovedu si představit sémanticky plauzibilní analýzu uvedeného tvrzení, která by nepoužila pojmu konstrukce (nejde o vztah k číslu, ale nejde ani o vztah k výrazu, Karlova činnost není lingvistická, nýbrž početní).

Když s trivializací skutečně pracuješ při řešení konkrétních analýz, uvědomíš si brzy přirozenost této konstrukce. Ty otázky, které kladeš, jsou jednostranně vyvolány pouhým přemýšlením o definici. Prošel jsem tímto stadiem také, a nic mi nedokázalo objasnit význam trivializace, dokud jsem s ní nezačal pracovat.

(pokračovanie)

Prof. Pavel Materna, FÚ AV ČR,  
Jilská 1, 110 00 Praha 1,  
e-mail: logica@mbx.cesnet.cz

Pavel Cmorej, FÚ SAV,  
Klemensova 19, 813 64,  
Bratislava,  
e-mail: organon@klemens.savba.sk

## POZNÁMKY

<sup>1</sup> Pozri [1], 290-292. Túto stať som napísal r. 1986, ale vyšla až po r. 1989. Keď som ju písal, o Tichom som sa zo známych dôvodov explicitne nezmieňoval, ale čitateľ, ktorý pozná jeho teóriu konštrukcií, si ľahko domyslí, že som mieril na teóriu pojmov vybudovanú na báze jeho teórie.

<sup>2</sup> Ide o funkciu, ktorá otvoreným konštrukciám (obsahujúcim voľné premenné) priraduje prázdnu triedu konštrukcií a každej uzavretej konštrukcii  $c$  triedu pojmov\*, ktoré sú kváziidentické s konštrukciou  $c$  (v zmysle definície 24 uvedenej v monografii [3] na s. 96).

## LITERATÚRA

- [1] CMOREJ, P. (1990): Vývin pojmov. *Filozofia* 45, č. 3, 288-308.
- [2] MATERNA, P. (1995): *Svět pojmu a logika*. Filosofia, Praha.
- [3] MATERNA, P. (1998): *Concepts and Objects*. Acta Philosophica Fennica, vol. 63. Helsinki.
- [4] TICHÝ, P. (1988): *The Foundations of Frege's Logic*. Walter de Gruyter, Berlin - New York.
- [5] TICHÝ, P. (1992): *Sinn & Bedeutung Reconsidered. From the Logical Point of View* 2, 1-10. Český preklad in [6], 147-161.
- [6] TICHÝ, P. (1996): *O čem mluvíme*. Filosofia, Praha.
- [7] TICHÝ, P. (1998): Konstrukce jako předmět matematiky. *Filosofický časopis* 46, 231-243.